

5
IO. BAPTISTAE PORTAE
NEAPOLITANI

ELEMENTORVM CVRVILINEORVM

LIBRI TRES.

In quibus altera Geometriæ parte restituta, agitur de
CIRCULI QVADRATVRA.

Ad Illustrissimum Principem ac D.

D. FEDERICVM CAESIVM
MONTIS CAELII MARCHION. II. &c.
BARONEM ROMANVM.



ROMAE,
Apud Bartholomæum Zannettum. M. DC. X.

SVPERIORVM PERMISSV.

Imprimatur si videbitur R. P. M. Sac. Pal. Apost.
Cæsar Fidelis Viceſg.

Libros tres *Elemētorum Curuilinearum Perillustris & Excel-*
lentissimi D. Ioannis Baptista Porta Neapolitani, ex ordine
Reuerendissimi P. Magistri F. Ludouici Ystella Sacri Palatij Apo-
stolici Magistri perlegi, eosque cum nihil fidei, vel moribus ad-
uersum continere inuenerim typis dignos existimaui. Roma Die
20. Iulij 1610.

Antonius Butius Flacchianus Ciuis Romanus
Philosophia & Medicina Doctor.

Imprimatur. Fr. Damianus d Fonseca magister, & Socius Re-
uerendissimi P. Magistri Fr. Ludouici Ystella, sacri Palatij
Apostolici Magistri, Ordinis Prædicatorum.

In Clarissimum ac Doctissimum Virum
IO. BAPTIST. PORTAM NEAP. LYN.
& in librum de Circuli Quadrato.

*Ioannis Demistiani Cephallenensis D. Philosophi
ac Theologi.*

ΗΜΟΣ τοῖς ἐπέεσι πολύχρον Διδάλα ΠΟΡΤΗΣ
Φαίνε, τοῖς θαλάσῃ γαῖα πυκάζομένη.
Οὐαπ θαμβάινοντα βιαρκέ μῦθον ἀκνή,
Καὶ σφειτέρης γαῖαν φέγγον ἀγλαῖης.
Αἰσγύατε βάζοντες ἀπείριτα θαύματα πόντου,
Σιγαλή πόντος σπιννίη γαλῖα.
Ηἴεος ἀγλαῖηςτος ὅταν χύσιν αὐτῆς εἰσάσῃ,
Ἴσιν ἀπασράπῃ δώμασιν ὑρανίων.
Αἰδέεος ἀσροχέτωνος ἀτρεῖα τῶτα πηρέσῃ,
Καὶ Πόλος ἡριμίων ὑδ' ἐπέεσσιν εἰσῇ.
Κύκλα δὲ, καὶ Τεξάγωνα, Τείρωνάτε, Πείσματα, Κώντες,
Καὶ γραμμὰς μίξαι, κέντρα πρεσμίδων.
Οὐαπτι πὲρ Νείλου φερχοῦς μηπίστατο τέχνη
Αἴα δαιδύων Ηεῖνς ταῖτης.
Αὐτήντω Σοφίη πολυμήχανα δῆνια τίς,
Τῶντε πρὸ ῥίου Νείλος ἱρυκακίς.
Εδρακε γδ Τεξάγωνα πάρος πολυμήνια Κύκλοις,
Ορκια συνδυσίς, καὶ φιλῆς ταμίαν.
Εδρακε, καὶ θάμβησον ὅπρ' ἡρόνος ὅψι φαίναν
Ημελλε, ζαδίων ἡὺ τίκος πρεσπίδων.
Ἄλλον ἐγὼ Κρονίδη δώσω πολυῖδμονα ΠΟΡΤΗΝ,
Ἢν ἡμῖν ἄλλῳ Παρθινόπῳ ὁπάσῃς.

FRANCISCI STELLUTI
ABRIANENSIS.
LYONCE F. 1611

*Vidimus innumeras mutantem Protea formas,
Credite, nam veri Nuncia Fama canit.
Tortilis en Orbis species se vertit in omnes,
Et QVADRVM teretes efficit arte rotas.
Dicite Pierides quo tandem munere factum?
Aut nostro, aut PORTÆ visq. laborq. pares.*

ILL^{MO} PRINCIPI AC D. D.
FEDERICO CAESIO
MONTIS CAELII
MARCHIONI II.

Io. Baptista Porta Neapolitanus. S.



CERTAMVS inter nos, Illustris-
sime Vir, tu beneficijs, ego officijs;
quibus equo animo vel vincar abs-
te, vel, si fieri posset, vincam te.
Et sanè grauis ista contentio nul-
lum vnquam finem habitura vi-
derur. Summis me ornas laudibus,
meos libellos plausu, nedum honore prosequeris, &,
quod caput est, iacentes aliquando, ac mox improbo-
rum impetu proterendos; erigis & defendis; quæ qui-
dem merita ita in memoria infederunt mea, vt mei ip-
sius potius, quam illorū erga me magnitudinis obliuio
capiat. Ego verò si titulos percensere velim, quibus tuū
animum virtus cohonestauit, splendorem domus, quam
„ Bellipotens illustrat Auus, Tu fulcis, & ornas.
aliaq. ornamenta, quibus te natura mirificè cumula-
uit; & vires, & vita me deficeret. quid? ipsam Inui-
diam ad maxima quæque, ac pulcherrima labefactan-
da natam, virtute superasti.

„Est

„ Est aliquod meriti spatium, quod nulla parentis

„ Inuidiæ mensura capit.

Sed non est animus in præsentia laudes enumerare tuas. maioris id molis est. leuiter, at amanter tetigisse satis; neque enim qui Coelestium Orbium ornatum in parua describunt tabella, de illorum pulchritudine quicquam demunt; parua, vt ita dicam, sed concinna magnitudo. Quid igitur mirum si certos fines, terminosq; huic suauissimæ concertationi non constituo? Non patitur mea in te obseruantia Victoriæ. Tu, quæ tua est magnanimitas, cedere nescis. Esto lis sub te ludice. Tu te vince.

„ Inq. animis hominum pompa meliore triumphæ. meum certè quidem tibi deuinxisti, ac deuicisti. Non excitabo testes ex monumentis; quæ in manus perueniunt Sapientum. Sit hic liber tuo insignitus nomine, amoris, ac venerationis in te meæ pignus sempiternum. Circulum quadrare conaturirem scilicet aggressus in eruditorum identidem commemoratam comitijs, in Philosophorum agitatum scholis, in Mathematicorum iactatam iudicijs. Multos in hoc Theoremate me labores exantlassæ, curas, & cogitationes euigilassæ meas; ac pertinaci industria desudassæ, non inficias iuerim. An verò modum quadrandi Circuli inuenerim, sicq; præmium, & fructuum meorum cœperim laborum, non facile statuerim: Id saltem affecutus mihi videor. Latissimum aperuisse campum ad meliora vel inuestiganda, vel inueniendæ. Verecundè tamen dixerim, plurima nos excogitassæ, multa in disquisitionem vo-

casse, suisq. examinasse ponderibus, quæ nemo usque
 in hodiernum diem odoratus quidem est. Immo, ut
 id quod sentio, aperiam, opus magnis viris tentatum, ac
 tandem desperatum, aut inchoauimus, aut perfecimus.
 nihil tamen in tanto, ac tali negotio pro certo affirma-
 rim, te, non assentiente, tuæ enim Παλ λάδος ὑποπτεῖς
 τῆς ἀλφειῆς. tuo iudicio, ac patrocinio fultus, non
 morabor Τὴν Γίφειαν. Tenes, opinor, memoria, in-
 comparabilis vir, Ephesiorum factum. Illi dum ho-
 stili vexarentur bello, de rei euentu consuluerunt Ora-
 culum. datum responsum, si Rempublicam fartam te-
 ctam cuperent, ad Tutelaris Numinis Templum Urbē
 alligarent; quo peracto, hostes in fugam verterunt,
 Ephesumq. obsidione, ac metu liberarunt. Multi iam
 cogitant nostra obsidere inuenta, machinas admovent,
 ac penè labefactant: sed meus Apollo dudum me com-
 monescit, ut me meaq. tui Genij vinculis obstricta,
 aduersariorum impetus reprimam, ac frangam. Tuere
 igitur, Heros, litterarum, ac litteratorum Censor, quæ
 tibi dicata sunt, eo vultu, quo intuentium allicis ani-
 mos. Habes à Philosophia non minora clementiæ,
 quam iudicij præsidia, ut illa novos hosce foueas cona-
 tus, hoc ut defendas. Vale, tecumq. crescat tuæ Gen-
 tis spes, Patriæ columen, litterarum decus, meæ Nea-
 poleos amores, Italiæ gloria. Kal. Iulij M. DC. X.

AD LECTOREM

PRAEFATIO.



NON immeritò, Candide Lector, admirari satis non possumus de viris quibusdam omni doctrinae genere cumulatis, qui, cum mathematicas tractationes sibi assumpserint, atque in ijs cum laude versati, sint, de illa parte, quae curvas complectitur lineas, nihil ferè commentati, aut meditati sint. In quadrando quidem certè Circulo (re scilicet aequè de- cantata, atque ardua) plerique ingeniosi viri desudarunt, & elaborarunt rectè ne, an secus, ipsi viderint. Ego qui noui aliquid moliri, non aliorum labores veluti fucus surripere studeo, eandem quidem subiui aleam. Sed ut legitimè & expeditius id præstarem, multa ex Euclideanis elementis ad propositum argumentum transtuli, ac plurimas confeci demonstrationes, ex quibus, aliquas, quae ad rem facere videntur se legi, easq. vti curvilinearum figurarum elementa proposui. Hinc ad perdifficilè Theorema de quadrando Circulo, progressus sum: quid vero effecerim in re multis circumfusa tenebris, & in quâ summorum virorum ingenia errare potius, quam haerere visa sunt, aliorum esto iudicium. si perfectionem non sum omnino affectus, canatus certè, & adumbratio tanti Theorematis laudandus.

I.

IO. BAPT. PORTÆ

NEAPOLITANI

ELEMENTORVM CURVILINEORVM

Liber Primus.

DEFINITIONES.

P R I M A.

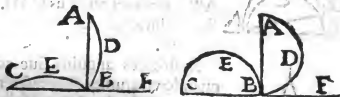


INEA curua est, quæ inter sua nõ æquè fuit puncta, sed facto sinu flectitur.

II.

Angulus flexilineus. est flexarum linearum rerusio suo nutu sibi coincidentium.

III.



Angulus flexilineus rectus, qui rectilineo respondet.

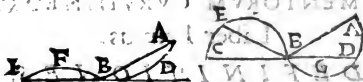
Exempli causa sit A.B. insidens linea iacens FBC. utrobique sibi æquales constituens angulos ABF, ABC. sitq. AB. ipsi B. C. æqualis & ipsi AB. hemicyclium circumscribatur ADB. vel circuli portio, & ipsi BC. alter B. E C. vel æqualis circuli portio. Cyclogoni ergo DBA. CBE. sunt æquales, & quanto angulus AD.B.F. maior est recto ipso contingentia angulo DBF. tanto ABE. superat ipsum ABC. altero contingentia angulo ABE.

A

totus

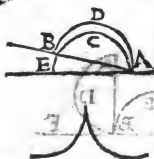
totus igitur $ADBE$. toti ABC . recto æqualis, vt probauit
Proclus in Eucl.

III.



Obtusus curuilineus, qui obtuso, rectilineo fit quando à recto resupinata in maiorem angulum abit.

Eodemq. modo angulū ADB . flexilineum, rectilineo ABE , esse æquale flexilineus angulus FBE est æqualis flexilineo DBG . nam æquales sunt circularum portiones, si angulum DBG . abstuleris, & resupueris supra EB . erit rectilineus DBE . æqualis flexilineo DGB .



Sic etiā semicirculus ADB . æqualis est ACE , dematur portio communis ABC . remanet angulus CAD . æqualis rectilineo BAE .

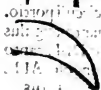
V.

Xystroides angulus siue concauus quando vtrarumq. circumferentiarum caua extra fuerint, & intus se respiciens conuexitatibus suis.

VI.

Contra conuexus angulus quando circumferentiarum conuexa vtrinque extra fuerint, & inter se suis finibus aspexerint.

Angulus siue lunaris, qui ex caua conuexa circumferentia fuerit; vt conuexum vnius alterius conuexitatem aspiciat.



VIII.

Cyfsoides Angulus ex hederæ folijs nomen indeptum ex gibbosis, caufiq. lineis constat ad punctum vnum conuenientibus, vndatim contra se difcurrentibus veluti Vndulatus.



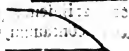
IX.

Mixtus angulus, qui ex rectis circuloſiſq. lineis componitur.



X.

Cyclogonus, qui à Caua, & recta circuli circumferentia conſtat.



XI.

Recurſus, ſiue in cornua falcatus, quando rectæ opponitur conuexa noſtri contingentiæ vocant.



XII.

Figura vel anguloſa, vel agonia, agonia- rum figurarum circulus princeps, lineæ partem, quæ ambitioſè circumuoluitur, & aream obambit concauum dicimus, quæ ex- torſum inuehitur conuexum.



XIII.

Sphærois ſiue Ellipſis ex ambiēti lineæ in ſe recurſa deſcribitur vnus duæ diametri, longitudinis vna longior, latitudinis altera ad rectum in medio ſe ſecantes.



XIIII.

Vertex. ſiue corona eſt duorum circulo- rum concentricorum circumcuſus.



XV.

Anguloſarum figurarum metriſcus ſiue

A 2 lu-

lunula prior, estq. in easdem partes
caua habentibus comprehensa cir-
cumferentijs figura .



XVI.



Trilaterarum
figurarum flexi-
linearum trian-
gulum primum
est, quod tribus

constat iisdem æqualibus circumferentijs circuli, idq. conue-
xum, concauum, vel mixtum .

XVII.



Isocele. triangulum
curvilineum, quod dua-
bus tantum æqualibus cir-
culi circumferentijs con-
tinetur, idq. etiam con-
uexum, vel concauum, vel mixtum .

XVIII.



Scalenum flexilineum est, quod tribus in-
æqualibus circuli circumferentijs clauditur ;
ijsq. cauis conuexis, & mixtis .

XIX.



Semicurvilinea trian-
gula sunt, quæ ex rectis,
curvisq. circumferentijs
continentur .

XX.



Tricuspdatum triangulum ; siue acio
idea quadrilaterum est triangulum,
quod tres habet acutos angulos .

Inter

XXI.

Inter triangulares figuras *παρακονίδης*. Figura est, quæ securis vel bipennis formā habet.



Eius Theocritus meminit. Nicandri Scholiastes furorium scalprum. *Τὰ κυκλοτερή σιδερέα, οἷς οἱ σκυτοτόμοι τίμυνοι καὶ ξύμοι περὶ δέμας τε.* Id est circularia ferraamenta quibus pelles incidunt, & deradunt.

XXII.

Arbilones ex tribus circumferentijs comprehensi; Horum meminit Pappus spatium illud inter circumferentias interiectum *ἀρβιλον* vocans.



XXIII.

Quadrilaterarum quidam figurarum curvilinearum quadratum quidem flexilineū est, quod rectis angulis, & æqualibus circumferentijs describetur.



XXIIII.

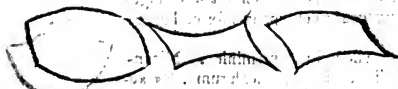


Rhombus flexilinea æquilatera quidem, sed non rectangula, aduersos tamen angulos æquales habet, eorumq. aliquos concauos, conuexos, & mixtos.

017

Rhom-

IO. BAPT. PORTÆ
XXV.



Rhomboides vero neutrum horum habet neque laterum,
neque angulorum æqualitatem, sed contrarias circumferen-
tias, & angulos æquales habet similiter etiam concavus, con-
vexus, & mixtus.

XXVI.

Trapezoides curvilineum,
quod quatuor inæqualia late-
ra ex diversis circumferentijs
habet.



Angulus non habet, sed duo anguli sunt, scilicet unus concavus
completus, præterea, reliqui duo anguli sunt, unus concavus, unus

-m. d. d.

PRO:

PROBL. I. PROP. I.

Datum circulum duplare.

SIT datus circulus $ABCD$. cuius oportet duplum inuestigare. Describatur quadratum per 7. 4. Eucl. & sit $ABCD$. ducto Diagonio BD . secundum datum BD .

describatur

quadratum

per 48. 1. Eu

clidis, & sit

 $BEDF$. cui

circulus in-

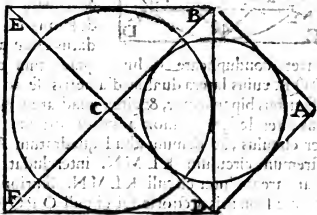
scribatur per

6. 4. dico cir-

culum $BDFE$.

esse dati du-

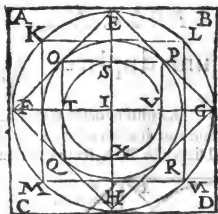
plum. Hanc



constructionem demonstratione fulciendam rati sumus. quoniam BCD rectus est angulus proinde cum quadrata lateris BC . CD . æqualia sint quadrato ex BD . ex 47. 1. ergo quadratum ex BD . duplum quadrati $ABCD$. sed ex BD . descriptum quadratum est $DBFE$. ergo quadratum $BDEF$. duplum ipsius $ABCD$. sed circulus ad circulum eandem rationem habet, quam quadratum inscriptum, aut circumscriptum, ut ex Euclidea demonstratione ratum est duodecimi elementorum secunda, ergo circulum $ABCD$. duplauimus per circulum $BEED$.

Plato ita quadratum duplat ut à Vitruuio annotatur. Dimidium quadrati BCD . est quarta pars quadrati BEF . ergo quadratum $BEDF$. duplum est $ABCD$.

Possu-



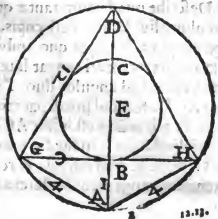
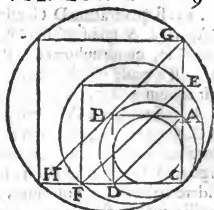
Possumus, & alio modo circulos duplare, si circa datum circulum quadratum induxeris, & post circa quadratum circulum, & circa circulum aliud quadratum eodem modo alios circulos semper duplicabis. Sed quo iuvenes rectius imaginari, & capere possint exemplo duximus declarandum. Esto datus circulus STVX. quem

oportet conduplicare, huic quadratum circumstruemus O P Q R. cuius latera duabus diametris se ad centrum I, decussantibus bipartiemur, & circa quadratum O P Q R. circulus alter designetur mox aliud quadratum. K. L. M. N. & alter circulus, ac demum aliud quadratum A B C D. quod postremum circulum K L M N. intercludat. His perstructis aio aream inter circuli K L M N. finitionem concludam proximè septientis arctioris sui circuli O P Q R. duplam esse, vt laxior postremi area eius, qui minimum intercludit quadrupla sit, & sic in infinitum duplare possumus cuius veritas hac demonstratione repræsentabitur. Quoniam linea A B. bifariam diuisa est in E, quadratum A B C D. quadruplum est ipsius A E, & sic in quatuor quadrata æqualia A I, E G, F H, I D. & hæc à quatuor diagonijs bifariam diuisa sunt E F, F H, H G, G E, quatuor igitur triangula extrinseca F A E, E B G, G D H, H C F. quatuor interioribus æqualia sunt; ergo totum quadratum A B C D. quadrati E. F. G. H. duplum erit, eademq. ratione quadratum E F H G. ipsius O. P. Q. R. duplum erit, & primum A. B. C. D. huius quadruplum.

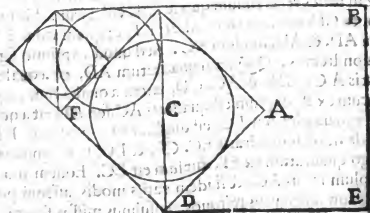
Annitemur etiam per quadrata dupla ambientia idem rimari, & absolvere. Esto datus circulus $ABCD$, cui quadratum $ABCD$. circumstruimus: mox ab oppositis angulis ducto diagonio AD & a puncto C , superne versus A , signa lineam eiusdem longitudinis ipsius AD , & sit CE , & ex parte inferiori sit CF , mox trahе diagonium EF ; & iterum quanta EF , figura in linea CG , & inferne linea CH , & id toties repetendum quoad satis videbitur. Sic quadratum ex GH , duplum est quadrati EF , & quadratum EF , duplum AD , & AD , duplum AC . Sed quod exprimit figura, demonstremus. Quoniam quadratum AD , est æquale quadratis AC , CD , & AC , CD , latera æqualia sunt, ergo quadratum ex A , duplum est quadrati AC , sed AD , est æquale EC , ergo quadratum EC , est duplum AC . Sed quia EF , est æquale duobus quadratis EC , CF , & EC , CF , æqualia sunt, ergo quadratum ex EF , duplum est EC . Eodem modo GH , duplum ipsius AC , & si idem varijs modis assequi posset, tanquam suffecturos reliquos censuimus missos facere.

Libet non prætermittere, alium quadruplandi modum.

Sic circulus BC , quem intendimus quadruplare circa quem æquilaterum triangulum per tertiam quarti describamus, & circa illud alium circulum per quintam eiusdem quem quadruplum pronunciamus. Quoniam DG , tripla est ipsius GA . ex



12. 13. si quadratum D G, erit duodecim partium talium. GA, erit 4. & quadratum G B, erit talium 3. nam quadratum G D, quadruplum est G B, suæ dimidiæ, sed quadratum A G, est æquale quadratis G B, B A, igitur si quadratum G A, erit talium 4. & quadratum G B, talium 3. erit quadratum B A. talium 1, sed A E, erit quatuor, quoniam est æqualis A G. & quando quadratum totum 4. est, & sui pars 1. erit linea per medium diuisa ergo A B. ipsius A E. dimidium erit, ergo tota A D. ipsius E B. quadrupla est. Si vero circulum diuidere voluerimus, potestimus conuersa vti operatione. Et si facilia quidem sint, quo tyrones inuenimus alium modum apponere non pigebit.



Describe quadratum tantæ quantitatis quantæ duplarem circulum diuidendum fieri cupis, & sit ABCDE: cuius medio fige punctum A. super quo ambigua linea circumducatur, quæ omnia quadrati tangat latera, deinde annecte literas rectas à centro ad angulos duos A G, C D. & constitue triangulum A C D. & aliud prioris par triangulum constitue cuius angulus E. erit rectus est igitur A C D E. secundum quadratum primi dimidium. In medio puncto huius diagonij C D, qui sit G. pone pedem circini, & reliquo vago describe circumferentiam tangentem sur latera quadrati A C D F. & hoc mo-

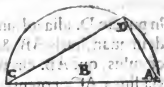
do in infinitum poteris circulos dimidiare. Demonstratio ex superiori pendet.

Datum circulum triplicem quintuplicem, & septuplicem reddere.

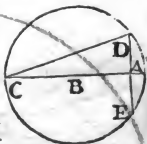
Prob. 2.



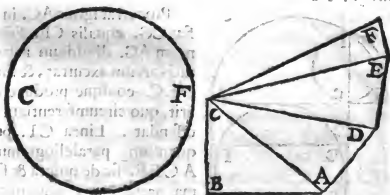
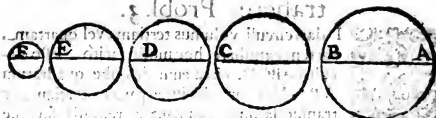
SIT: dati circuli diameter AB. quem volumus triplare elongetur AB. in C. & sit AB. æqualis BC. & fiat circulus ex diametro AC. & sit AB. æqualis AD. quæ in circulo locetur per primam 4. Euclid. & ducatur DC. dico circulum ex DC diametro circuli ex AB. tripli esse cuius demonstratio ex 12. 13. lib. Eucl. pend.



Si vero quintuplare voluerimus fit data diameter AB. circuli quintuplandi. Elongetur quantum AB. & sit BC. circumducatur ei circulus ADC. in quo pentagonum æquilaterum inscribatur per 9. 4. Eucl. & sit linea subdens duobus lateribus DC. pentagoni latus AC. dico quadratum DC. DE. simul iuncta quadrati AB. quintuplam esse. Demonstrationem quare ex 12. 13. Euclidis.



Statuatur circulus $ABCD$. septies multiplicandus cui circumducatur quadratum, & latus eius producemus, illudque in octo partes diuidemus, cuius principium D . finis E . mox DE . per medium diuidatur in F . positoq. circini pede in F . & alio DF . circumducatur quousq. semicirculum absoluat DE . & latus $C. B$. quadrati producat, ultra B . in continuum, restumq. ad arcum DE , & ubi eum contingit, illic scribe litteram G . & ex CG . fiat quadratum $CGHE$. in quo circulus inscribatur, qui continebit septies ipsum $BACD$. Quoniam CG . est media proportionalis inter $EC. CD$. igitur per 13. 16. Euclid. ut EC . prima ad tertiam CD . ita GH . quadratum secundae ad BD . quadratum tertiae per 20. 6. Est autem EC . per constructionem septupla ipsius CD . igitur quadratum HC . septuplum ipsius quadrati BD . quod probandum assumpsimus.



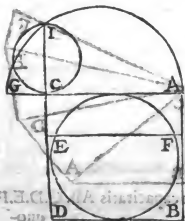
sint positi quini circuli diuersae capacitatis $AB. CDE.F$. quo-

quorum quantitates volumus singulari circulo compræhen-
dere; quod ita propemodum faciendum existimamus. Esto
enim circuli diameter AB. constituatur ad rectos angulos ei
EC. inoxidatur linea ab A. ad C. & hæc dimetiens potest
binos circulos AB. C. Porro puncto A. lineæ AC. recta linea
erigatur ad rectos angulos, quæ sit AD. & a puncto D. trahatur
linea D. C. & hæc dimetiens est capiens tres circulos AB.
C. D. ipsi demum C. D. recta linea ad rectos erigatur D. E.
quæ tri circuli dimetiens potens quatuor circulos. Postremo
ei lineæ EC. ad rectos iterum exieretur quinti circuli EF. tra-
haturq. per FC. dimetiens, capiens iam cunctos circulos, & hoc
modo omnes licet quotquot volueris compræhendere. De-
monstratio habetur ex penultima 1. libri Euclidis.

Ex dato circulo datam partem sub- trahere. Probl. 3.



Si dati circuli volumus tertiam, vel quartam
partem extrahere, hoc modo facito. Esto cir-
culus ABCD. circa eum describe quadratum
ABCD. cuius abscinde partem tertiam, ac
transuersa linea conuenit à reliquis supernè
distinguere FE.



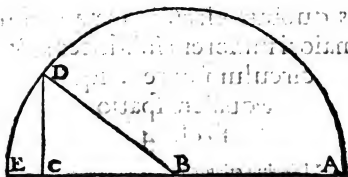
Procurrat igitur AC. in G. &
fiat CG. æqualis CE. supra li-
neam AG. dimidium rotundi-
tatis arcum excurrat, & linea
DEC. eousque producenda
erit, quo circumferentiam in I
offendat. Linea CI. potest
quantum parallelogrammum
ACFE. sic de quinta & septi-
ma parte cuius demonstratio
ex vltima secūdi depēdet Eocl.
Datis

Datis duobus circulis inæqualibus à
maiori minorem subducere, &
circulum dare reliquo
æqualem spatio.

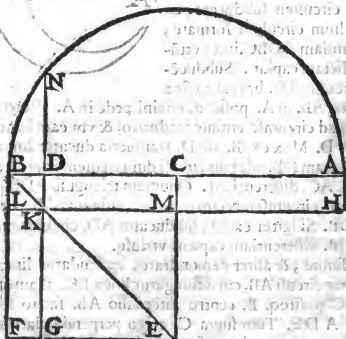
Probl. 4.

Subducitur etiam cir-
culus minor à ma-
iori, & circulus etiā
formari potest, qui
vtriusque differentiam capiat.
Ergo maior circulus ABD. volo
ab eo circulum subducere, ac
mox alium circulum formare,
qui lunulam ADBC. inter vtrū-
que relictam capiat. Subducē-
dus circulus AC. hæreat in fine
diametri AB. in A. positoq. circini pede in A. altero ad C.
vagum ad circumferentiam traducito, & ubi eam incidit, ibi
locetur D. Mox ex B. ad D. transversa ducatur linea DB.
Dico lineam DB. esse eius circuli dimetientem capientem in-
ter AB. AC. differentiam. Quoniam trianguli ADB. angu-
lus D. ad circumferentiam rectus est, subtensa AB. potest, ut
AD. DB. Si igitur ex AB. subducatur AD. circulus, remanet
alter DB. differentiam capiens vtriusq.

Possumus, & aliter demonstrare. Extendatur linea AB.
diameter circuli AB, cui adiungatur linea BC. diameter cir-
culi AC. positoq. B. centro intervallo AB. facito semicir-
culum ADE. Tum supra C. erigo perpendicularem CD.
quousq. tangatur circumferentia in puncto D. & connecto
BD. Dico CD. esse quesiti circuli diametrum. Quoniam C.



angulus rectus est quadratum subtenſæ BD. æquale est. quadratis BC. CD. & quadratum BD. est æquale AB. quia ex centro, ergo quadratum CD. tanto minus est quadrato BD. quantum quadratum BC.



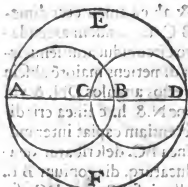
Quod si voles alio modo efficere hac ratione assequeris.

Sit

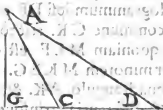
Sit dimetiens maioris circuli CB. & ab ea amputetur dime-
 tiens minoris circuli CD, & linea BC tantundem extenda-
 tur ad A, & puncto C facto centro circumducatur semicir-
 culus ANB. & à puncto D, ubi minor dimetiens maiorē abscin-
 dit, erige super transversam AB ad rectos angulos DN. & ubi
 DN. periferiam secat ANB. istuc pone N. & hac linea erit di-
 metiens circuli inueniendi, qui differentiam capiat inter ma-
 iorem, & minorem circulum. Ex linea BC. describatur qua-
 dratum per 46. p. E. & sit CEBF. ducaturq. diagonum BE.
 & per D. punctum descendat parallellas ipsi BF. sitq. DG. se-
 cabirq. diagonum in K. & per K signum excitetur alter pa-
 ralellus ad AB, & sit HMKL. & ex A ad H. ducatur alter
 parallellus ipsi CM. Quoniam supplementum CK. supple-
 mento KF. per 43. 1. est æquale, addatur commune quadra-
 tum DL. erit CL. æquale DF. sed quia AM. est æquale MB
 parallelogrammo, quia AC. & BC. sunt æquales, ergo
 AM parallelogrammum ipsi DF parallelogrammo est æqua-
 le, addatur commune CK. erit totum AL. æquale gnomoni
 MLF. sed quoniam MLF. est excessus maioris quadrati
 CBEF. super minorem MKEG. & quadratum lineæ DN
 est æquale quadrangulo AK. & ex consequenti gnomoni
 MBF. quæ est differentia vtriusque quadrati; ergo DN circu-
 lus est differentia duorum inæqualium circulorum, quæ erat
 demonstrandum.

Datis tribus circulis, duos à maiori, qui
 duobus circulis laxior sit, subduce-
 re, & circulum dare reliquo spatio
 æqualem. Probl. 5.

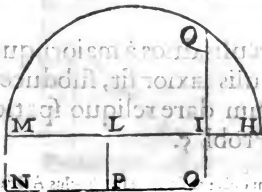
SIT amplius qualem quis conficere velit circulus ADEF.
 sitq. pro arbitrio bini circuli AB. CD. quorum area
 C totam



totam non contineant continentis
amplitudinem, & ij vel in se ipsos
flexi, vel mutuo intercisi, ut in
exemplo, volo constringi circuli,
qui reliquum spatium contineat,
scilicet intercepsum vacuum. Et
tribus AD, DC, BA, fiat triangu-
lum ACD, quod obtusum erit
producatūq. alterutrius maioris
circulatus, videlicet DC, eousque
sit productionis meta, quousque
a trianguli supercilio, quod prædicta lineæ incumbit, lineæ



ad perpendicularum descendat, sitq. AG. His perfectis ex-

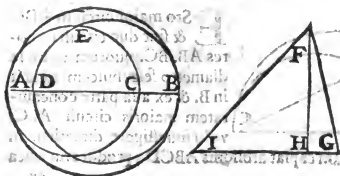
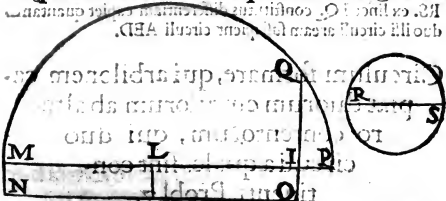


circuisionis arcum MQH. elongeturq. OL inferaturque

cocun-

coeunti linea cum arcu litera Q. sic eo linea bQ. facit cir-
culus R S. capiens iam dictam differentiam. Quoniam an-
gulus ACD. est obtusus, quadratum linea AD. maioris cir-
culi superat quadrata DC, CA. minorum circularum per re-
ctangulum comprehensum ex DC & CG. his per 12. I 2)
Euclid. & ex his constitutum rectangulum ML & diametere
QL. capiet comprehensam aream, ex qua circulus RS. qua-
sitam differentiam continebit.

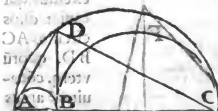
**Datis tribus circulis duos a maiori, qui
duobus circulis angustior sit, sub-
ducere, & circulum dare reliquo
spatio deficienti æqualem. Probl. 6.**



Est o AEB.
circulus, qui
capiet duos
circulos AC
BD. quorū
vterq. cōca-
uitate arcus
capietis cō-
rigat, suisq.
C 2 ar-

arcis continentis areā excellant, vestigandus est circulus, qui differentiam excellentis areæ excipiat. Fiat triangulum ex tribus lineis AB. AC. DB. per 22. 1. Euclid. & sit GFI. qui erit acutus, cadat ex apice F. trianguli in substratam basem, GI. orthogonaliter linea FH. & ubi eam abscindit, illic fige literam H. Porro ex geminata base GI. & linea GH in se ductis, fiat parallelogrammum MO. & superior linea MI procurrat quousque sit æqualis IO. & sit P. Mox partire intervallum MP. per æqualia in D. & ex D centro describe semicirculum, elongeturq. linea IQ. quousq. attingat arcum MP. in Q. & IQ dimetiens erit futuri circuli quæsitam differentiam capientis. Quoniam quadratum FI. minus est FG. GI. quadratis tantum, quantum rectangulum bis sumptum ex linea IG. GH. per 13. 2. Euclid. quod erit NI. & linea IQ erit dimetiens continens aream NI. circulus igitur RS. ex linea IQ. constitutus differentiam capiet quantam duo illi circuli aream suscipient circuli AED.

Circulum formare, qui arbilonem ca-
piat duorum circulorum ab alte-
ro contentorum, qui duo
circuli æquales sint con-
tinenti. Probl. 7.



Esto maior circulus ADC
& sint duo circuli mino-
res AB, BC. quorum arcus in
diametro sese inuicem tangat
in B. & ex alia parte concavi-
tatem maioris circuli A. C.
volo inuestigare dimetientem
onis ABCD, producaturs linea
ex

ex mutuo circulorum contactu B. donec rotundationis maioris circuli aream tetigerit BD. dico eam esse diametrum futuri circuli, qui arbilonis ABCD. aream continet. Hanc constructionem presenti demonstratione suffulciemus. Quoniam linea AC. secta est in puncto B. quadratum, quod fit ex AC. æquale est quadratis, quæ fiunt ex AB. BC. & parallelogrammo, quod bis fit ex CB. BA. ex imperio 4. 2. Euclid. Sed parallelogrammum ex CB. BA. est æquale quadrato DB. circulus ergo ex DB. est æquale arbiloni ABCD. quod quadratum ex DB. æquale sit quadratis AB. BC. patet etiam ex 17. 6. Euclid. Vel quoniam circulus ex DC. æqualis est duobus circulis ex DB. BC. quia B. est angulus rectus, & circulus ex DA. circulis ex AB. BD. ergo circulus ex AC est æqualis duobus circulis AB. BC. & duobus circulis ex DB. qui in eo continentur, arbilon igitur ADCB. ex circulo DB. constat.

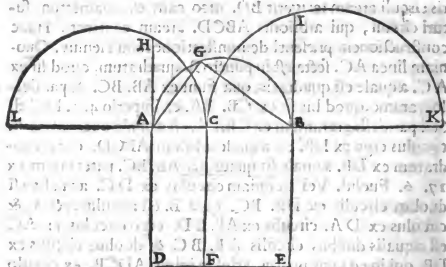
Corollarium.

EX hoc provenit dato arbilone posse illico dari circulum ei æquale, scilicet lineam erigendo ad duorum semicirculorum coniunctione ad circumferentiam.

Si diameter secetur utcumque, circuli, qui fiunt ex tota, & singulis partibus continentur, æquales sunt ei, qui a tota fit circulo.

Probl. 8.

Fiat quadratum ex linea AB. & extendatur AB vsque ad K. & sit æqualis AB. & supra CK fiat circulus CIK. & ex alia parte BA extendatur in L, & sit æqualis AB. & su-

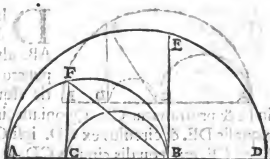


per CL. formetur circulus, & fit CHL. & supra AB fiat alter circulus AGB. & ex C. extendatur parallellus ipsi AD. BE. & fit FCG. extendaturq. DA ad H. & EB ad I. ducanturq. ex G. GA. GB. Quoniam quadrangulum ex KB. BC. est æquale quadrato BI. & quadrangulum ex LA. AC. est æquale quadrato AH. coheant ipsæ BI. AH. in circumferentia AGB. in puncto G. quia in circumferentia ad rectum angulum: ergo quadratum ex AB. duobus quadratis AG. GB. æquale erit, & sic de circulis vel aliter.

Quoniam per præcedentem diameter diuisa bifariam in C. quadratum ex AC. & CB. & rectangulum bis contentum ex BA. AC. est æquale quadrato AB. sed rectangulum bis contentum ex BA. AC. est æquale quadrato ex CG. sed quadratum ex BC. CG. & quadratum ex AC. CG. sunt æqualia quadratis ex AG. GB. & quadratum ex AG. GB. sunt æqualia quadrato ex AB. ergo ostendimus, quod intendebamus, & est secunda secundi Euclid.

Si diameter secetur vtrunq; circulus ex tota, & eius parte contentus æqualis erit circulo, qui ex partibus continetur, & eius quod ex prædicta parte fit circulus. Propos. 9.

Sit diameter AB. secta vtrunq; in puncto C. dico circulum ex AB. BC. contentum æqualem esse circulo ex BC. CA. contento, & circulo CB.



Extendatur AB. in D. & sit BD. æqualis ipsi BC. & super ACBD. fiat circulus, & sit AED. & ex puncto B. eleuetur perpendicularis vsque ad E. Idem fiat ex altera parte. Supra AC. & CB. duo circuli, & ascendat ex C perpendicularis CF vsque ad semicirculum AFG, extendaturq; FB.

Quoniam quadrangulum, quod fit ex AB. BD. æquale est quadrato, quod fit ex BE. & quadrangulum, quod fit ex BA. AC. æquale quadrato ex CF. sed quadratum ex FB. æquale est quadratis FC, CB. quia C. angulus est rectus ergo circulus ex AB. BC. quod est BF æquale est circulis ex CB. & qui fit ex BC. CA. & est 3. 2. Euclid.

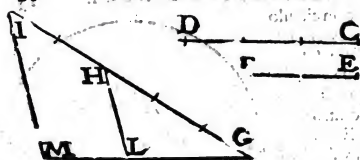
Si diameter secta fuerit in partes æquales, & inæquales circulus ex inæqualibus partibus contentus vna cum eo, qui fit ex linea, quæ inter sectiones interijcitur æqualis est circulo, qui fit à dimidia. Prop. 10.



D Escribatur circulus ex Diametro CA. alter ex AB. alter vero ex CD. ex D. puncto erigatur perpendicularis vsque ad circumferentiam in E. & protrahatur CE. Quoniam circulus ex AD. DB. est æqualis DE. & circulus ex CD. ipsi CD. ergo circulus, qui fit ex CE. erit æqualis circulis CD. DE. sed CE. est æqualis CA. quia ex centro ad circumferentiam, ergo circulus ex duabus inæqualibus partibus compositus AD. DB. qui est DE. & circulus CD. vtrique æqualis est circulo ex dimidia CA. compositus, & est 5. 2. Euclid.

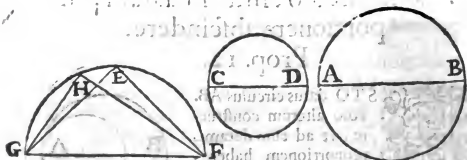
Si diameter bifariam secetur, eiq. in rectum adijciatur quædam recta linea, circulus ex tota diametro cum adiecta tanquam ex vno diametro, vna cum circulo dimidiæ æquales sunt circulo ex dimidia, & adiecta tanquam ex vna diametro descripto. Prop. 11.

S It diameter AB. secetur bifariam in C. & ei in longum adijciatur linea BD. dico circulus descriptus ex AD. DB. vna



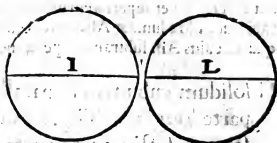
meter AB. quæ fit GL. iungaturq. HL. & GL. extendatur, & à puncto I. lineæ HL. parallelus excitetur IM. dico LM. diametrum esse quesiti circuli A O. subsequenter, & erit quarta linea proportionalis inuenta. Quoniam proportio GH. ad HI. est sicut GL. ad LM. ex 12. 6. Eucl. & GH. ad HI. est sesquialtera, ergo GL. diametrum ad AO. diametrum sesquialtera est.

Ex duobus inæqualibus circulis duos æquales facere. Prop. 13.



Sint duo circuli inæquales AB. CD. volo hos duos circulos inæquales ad duos æquales. reducere AB. DC. coniungo ad rectum angulum diametros, & sint GHF. & connecto GF. tunc super FG. facio semicirculum, qui per H. rectum angulum transibit, mox diuido circumferentiã in E. bifariam, & pro-

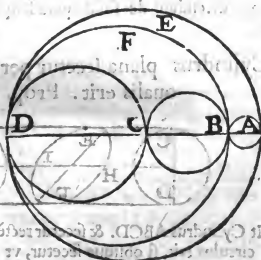
produc o GE.EF.dico
duos circulos duarum
dimerientium GE, EF.
esse æquales duobus
dimetientibus GH,
HF. & proinde circu-
lis I, L. Quoniam an-
gulus H est rectus,
quia ad circumferen-



tiam, ergo quadrata GH. HF. sunt æqualia quadrato GF.
& quadratis GE, EF. etiã æqualia quadrato GF. & quæ
æqualia vni tertio æqualia inter se, ergo circuli I, L. sunt
æquales AB. CD.

Circulum formare, qui capiat arbilonem trium
minorum circulorum, ab imo maiori conten-
torum, qui tres circuli æquales sint diametro
continentis. Prop. 14.

ESTO circulus
AED. cuius
dimetiens AD. tri-
bus circuli diame-
tris intercadatur DC
CB, BA. postulamus
circulum formare,
qui arbilonem, vel
interceptam aream
à maioris circuli cõ-
cavitate, & mino-
rum concavitate
contineat. Ex B D
Diametro, circulus

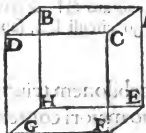


D a fiat

fiat BFD. & per superiorem propositionem 7. arbilon BFDC capiatur, mox lunula AEDFBC quantitas cognoscatur, à qua circulus AB. subtrahatur per 4. nostram, & sic de cæteris.

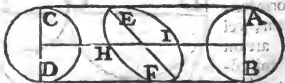
Si solidum cubum, vel parallelipedum altera parte longius oblique ex oppositis lateribus secetur sectio altera parte longius erit.

Propos. 15.



E Sto solidus cubus ABCDEFGH & secetur à plano BDEF. oblique ex oppositis cubi lateribus BD. EF. dico BDEF. esse altera parte longius. Quia DG. GF. æqualis est DF. autem subiaccens linea est æqualis duobus quadratis DG. GF. ergo longior BD. quæ ipsi DG. æqualis est, idem dicendum de altera parte BH. HE. quia BE. maior est BH. HE. Igitur BDEF. altera parte longior est. Idem quoque dicendum de solido parallelipede altera parte longiori.

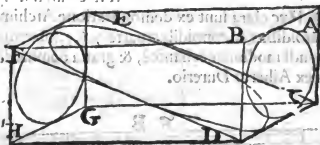
Si Cylindrus plana secetur per obliquum sectio ovalis erit. Prop. 16.



S It Cylindrus ABCD. & secetur rectè ABG. sectio AGB. circulus erit, si oblique secetur, ut in IEHF. sectio sphærois erit ex ea quæ Serenus probavit in suis Cylindricis.

Si

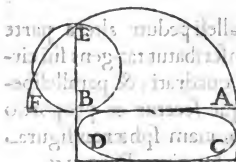
Si intra solidum paralleli pedum altera parte longius cylindrus inscribatut tangens sui circuli basis latera eius quadrati, & parallelipe- dum solidum obliquè secetur ea proportio erit circuli quadrato, quam sphærois figura ad suum altera parte longius. Prop. 17.



SIt paralleipedū solidū altera parte longius ABCDEFGH & sint cylindri in eo descripti bases ABCD. EFGH. circuli in ea descripti ABCD. EFGH. & planum obliquè secans illud sit CDEF. & sphærois in eo descripta CDEF. dico sphæroidem intra se descriptam eandem habere proportionem ad suam figuram altera parte longiorem, quam circulus ABCD. ad suum quadratum ABCD. cuius demonstrationem omitimus nam ex his, quæ Euclides in suorum elementorum, 12. & Archimedes in 31. propositione descripserunt, demonstratur.

Data sphæroide circulum eiusdem areæ describere. Prop. 18.

ESto data sphærois ABCD. iubeo circulum eiusdem spatij. Circa datam sphæroidem quadrangulū circumscribatur



batur ABCD. & latus AD
prolongetur vsque ad F. vt
BF. sit æqualis BD. Et cir-
ca AF. semicirculus descri-
batur, & elongeturq; BD. do-
nec circumferentiam fe-
riat, & sit in puncto E. di-
co circumscriptum
circa BE. diametrum con-
tinere aream sphæroidis

ABCD. Hæc clara sunt ex demonstratione Archimedis libro
de sphæroidibus, & conoidibus parte 5. 6. 7. sphæroidem idem
describendi modum mechanicè, & gratia commoditatis pro-
ponam ex Alberto Durerio.



Describe quadrangulum in duplo triplo, aut sesquialtero,
& sit in circulo supra AB. infernè CD. cuius latus CD. diui-
de in puncto E. per medium, & posito vno circini pede in pun-
cto E. intervallo EC. ducatur per superiorem partem vsque
ad D. contingeret hic arcus lineam AB. deinde partire lineam
CD. in octo æquales partes, & ex singulis diuisionibus pro-
trahe sursum parallelas in nuper descriptum arcum. Deinde
fac iuxta quadrangulum ABCD. adhuc alium quadrangu-
lum æqualis altitudinis, sed longitudinis quantæ volueris cu-
ius superior linea FF. inferior vero GI. & seca id quoque in
octo partes æquales, vt prius; postea producito ex singulis sec-
tionibus sursum lineas parallelas; deinde ex singulis inter
sectio-

sectionibus prioris: arcus, quæ per octo lineas parallelas factæ sunt, parallelas transversales per omnes perpendiculares longioris quadranguli, & per sectiones illas longiorem parallelorum arcum produc lineam arcualem de puncto in punctum incipiendo ab angulo G. & finiendo in I, ut vides.

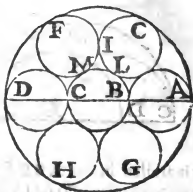
Datam sphæroidem duplare, vel quadruplare.
Probl. 19.

Sit duplandum quadrangulū ECIO, quod idem est, ac duplanda sphærois, quod intra illud circumscripta est, & quadrangulum: erit simile, similiterq. positū, quemadmodum, & sphærois. Producatur latus quadranguli EC, vsque ad A, & sit AE, dupla ipsius AC, ac ipsius AC, medio D, positq. circini pede, DA intervallo, describatur circulus ABC, & producaturq. IE, vsque ad circumferentiam B, & erit EB, latus unum rectanguli describendi. Rescindatur igitur ex CA, linea CF, æquali EB, & ducatur diameter CI: deinde per F, ducatur parallela ipsi EI, quousque occurrat diametro CI in G, & per G altera parallela ipsi FC producatur, quæ sit GH, compleaturq. parallelogrammum FH, erit igitur hoc parallelogrammum ipsi CI, simile, similiterq. positum, duplum. Quoniam AE, FB, EC, sunt tres lineæ proportionales ex 13. 6. Euclid. erit vt AE, prima ad EC, tertiam, ita parallelogrammum FH, ex EF, se-

cunda

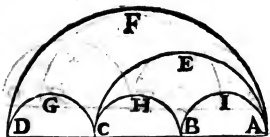
Circulorum vacua metiri, quando maior minores contineat. Prop. 21.

SIT magnus circulus AEFDHG, cuius diameter AD, diuidatur in tres partes, & in eo fiat tres circuli AB, BC, CD, & supra duo alij, & duo infra inscribantur; nam sex circuli æquales intra vnum inscribuntur ex 15. 4. Euclid. & ex præcedenti totus circulus nouem circulos continebit: nam diameter trifariam diuisa est, sunt intus septem contenti, ergo omnia vacua duo erunt circuli cuius 3. pars erit scalprum EIF. cum suo residuo ILM.



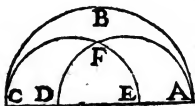
Arbilones per circulares figuras metiri. Prop. 22.

SIT arbilon primū AFDGCHBIA. Inuestigādum quot circulos capiet, qualis AB. Ex præcedēti semicirculus AFD nouem capiet semicirculos qualis AIB si subtraheris AIB, BHC, CGD, erit arbilon reliquum sex

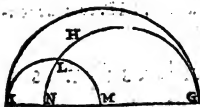


E semi-

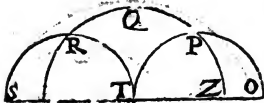
semicircularum. Si quærimus arbilonem AFCHBI. erit semicirculus AEC quatuor semicircularum qualis AIB, demptis duobus AIB, BHC, erit arbilon duorum semicircularum. Si quærimus arbilonem AFDGCEA, erit ex iam dictis quatuor semicircularum.



cit arbilon in sua ABCF. Vel quarta pars dupli BEA. est æqualis semicirculo AFD. pars externa EFD est æqualis interiori corniculari angulo FBA.



Idem eueniet in figura GHI: nam duo semicirculi GHLN, & MLI. per secundam nostri capiunt aream continentis circuli GHI. Vnde duplatum MLN. est æquale arbiloni GHLIH.



Potest etiam euenire, vt arbilon medium PQRT est æquale duobus extrinsecis circuli partibus OPZR S. ex superiori ratione.

Idem

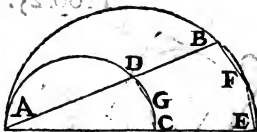
Idem eueniet in hac
postrema, vt arbilon
YZTVRY. sit æquale
duobus circuli extrinse-
cis partibus A Y X,
S V H.



Siduo vel quamplures circuli in fine
diametri se tangunt à contactus au-
tem puncto ducatur linea eos secans
arcus secti inter se similes erunt.

Prop. 23.

SInt duo circuli
ABE, ADC se
mutuo tangentes in
fine diametri A, &
ducatur recta linea
ADB, secans arcus
ADC, in D, & ABE,
in B, qui quidem ar-
cus bifariam secen-
tur, quia anguli in circulo oppositi per 22. 3. duo æquales re-
ctis duobus in 2. ergo angulus BGC, & BFE æquales sunt
cum eodem BAC angulo iuncto.

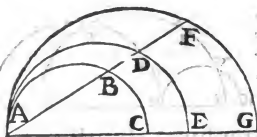


Data circuli portione eam multipli-
care, Prop. 24.

SIt data circuli portio AB, quam volo duplare & sit
eius circulus ABC, & sit semicirculus ADE du-
plus

E 2

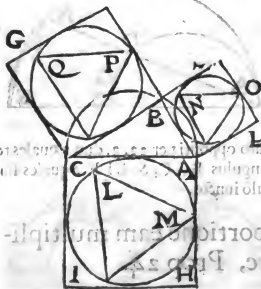
plus



plus dati. Per primam nostram, linea A B trahatur, longius in D, & si voluerimus quadruplare sit circulus AFG quadruplus & linea AD in F extendatur, dico portionem DA ipsius BA duplam, & FA ipsius BA quadruplam cuius ratio pendet ex anteriori.

Ex duabus portionibus similibus vnā similem facere, vel tubtrahere.

Prop. 25.



Sint duę inaequales circuli portiones PQ, ON, sed similes, & sit vnāquequę tertia circuli pars per 25. 3. Euclidis & sint PQG, ODN, circa quos describantur quadrata BG, EB, vel eorum diametri, & iungantur ad rectum angulum ABC, & secundum AC describatur quadratum, & in eo circulus MLI, & sit ML latus æquilateri trianguli. Portio ML erit æqualis iam dictis duabus

duabus portionibus per ea quæ in 7. Euclid. probantur. Vel si ex ML. voluerimus portionem PQ subtrahere, & recto quadrato AC, & ac supra AC semicirculo descripto, ponatur latus quadrati BC, & eius latus BA latus quadrati portionem similem continentis. Et sic possumus ex pluribus portionibus vnam facere, & omnia illa, quæ de integro circulo retulimus. — h. o. g. a. m. u. l. u. g. h. i. d. i. o. 2. o. 8.

h. o. g. a. m. u. l. u. g. h. i. d. i. o. 2. o. 8.

**Datum semicurvilineum triangulum
duplare, subducere, vel è duobus
similibus vnum facere.**

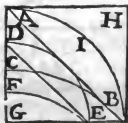
Prop. 26.

SIt semicurvilineum triangulum DGE, quod volo duplare, & sit circuli quarta pars FDE, fiat etiam circuli dupli pars, & sit AGC, circa eam quartam etiam quadrati partem circumscribo ABCE, dico triangulum semicurvilineum ABCG. duplum esse DGE, Quia quadratum ABCE duplum est DGFE inscripta portio proportionalis erit. Et sic subtrahere, & ex multis vnam facere poterimus ex supradictis.



21

Eodem modo triangulum DEG duplare poterimus, quod est æquale iam dicto: nam quadrati dimidium BHA est æquale BAG, si dematur portio BIA, æqualis BCG. remanet triangulum BAG. æquale BHA, iam.



dicto.

dicto. Vnde si voluerimus prædictum EDF semicirculi-
neum triangulum duplare, duplato quadrante

HABG, protractoq. diametro BA.

circulus duplex BIA, qui

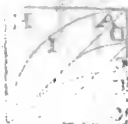
erit BC descri-

batur

BC, & erit triangulum ABC du-

plum trianguli

EDF.



39

IO. BAPT. PORTÆ

NEAPOLITANI

ELEMENTORVM CURVILINEORVM

Liber Secundus.

A X I O M A T A .

I.

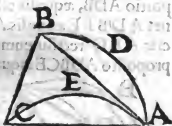
Si eidem addideris, quod prius dempseris, quantitas æqualis erit.

II.

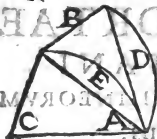
Si nota quantitas à nota subtrahatur, quæ remanet nota erit.

Triangulum semicurvilineum ex æqualibus, iisdemq. circumferentijs compositum quadrare. Prop. I.

Esto triangulum quodpiam semicurvilineum $ADBCE$, Aequalibus nimirum iisdemq. circumferentijs ADB , AEC , & recta BC basi constituta volo illud quadrare. Ducatur linea AB , & AC , aio arcam trianguli semicurvilinei $ADBCE$ esse æqualem triangulo rectilineo ABC . Quoniam circumferentia ADB est æqualis portioni AEC , ablata ADB , repositaq. in AEC æquale remanet triangulum rectilineum ABC semicurvilineo per primum axioma nostrum.



Vel



Vel fiat triangulum æquale rectilineum ABC , & sit AFC ex 22. 1. Euclid. erit semicurvilineum triangulum $ADBCE$, æquale triangulo semicurvilineo $AECF$ dempta communi portione AEC remanet rectilineum ABC triangulo semicurvilineo æquale $ADBCE$.

Alter Casus .



A T si triangulum $ADBCE$ angustius erit, & portiones lineæ neutiquam intactas circumferentias delinquent, sed per medium transibunt, eadem operatione idem assequi poterimus. Sed quo res dilucidior euadat, rem exemplo complectemur. Ego triangulum $ADBCE$, & circumferentia ADB æqualis sit AFC , trahanturq. rectæ lineæ AB , AC , & secet AB basis ADB circumferentiam AEC , aio rectilineum ABC æquale semicurvilineo $ADBCE$. Quoniam portio ADB , æqualis est AEC dempta communi AEE , remanet $ADBFE$ æqualis AFC , apponatur utrique arcola FBC , erit ABC rectilineum triangulum semicurvilineo triangulo proposito $ADBCE$ æquale.



Vel ad eadem præstanda possumus easdem circumferentias in plures partes dividere, nempe binas, ternas, quaternas, ut ABC circumferentiam in AB , BC , & ADE in AD , DE . Unde exclusæ partes AB , BC , inclusis AD , DE erit area rectilinea $ABCEDA$ æqualis semicurvilineo $ABCEDA$.

Trian-

Triangulum semicuruilneum ex varijs circumferentijs compositum quarum altera alterius dupla sit quadrare. Prop. 2.

E Sto triangulum semicuruilneum ABCDE cuius circumferentia EDC sit circuli dupli ipsius ABC. Sed EDC sit octaua pars circumferentiæ sui circuli GEDC, circuli vero ABC quarta.



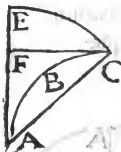
Aio triangulum semicuruilneum ABCDE rectilineo inuestigari posse parem. Remittamur. Completa circumferentia CE, sit CEG, & coniungatur AC, mox portionem CEG diuidatur per medium, & sit diuisionis linea EF, dico triangulum AFC semicuruilneo triangulo parem esse. Quoniam tota portio ABC æqualis est dimidiæ ECF, id propterea dempta ABC portione reposita EFC semicuruilneum ABCE, abiit in triangulum rectilineum ACF.

At si circulares lineæ magis cohærebunt, ut circumferentiarum bases introrsum se secent, eadem erit operatio, & demonstratio, ut in prima propositione. Productis lineis portionis AC, & semiportionis EFC triangulum rectilineum AEFC semicuruilneo par erit. Quoniam spacia ipsarum portionum ABC, EFC æqualia sunt, ablata interiacente portione DC, quod reliquum est ABCD ipsi EDCF æquale erit, addita vtrique areola AED, erit totum triangulum rectilineum AEFC toti semicuruilneo ABCDE æquale, nam quantà pars ex



F dem-

demptione abiit, tota ex repositione substituta est.



Vel potest transpositis lineis alio modo triangulum semicurvilineum constitui sit circumferentia dupli CDE retro CBA ante, tunc ex puncto C. super basim AE cadat perpendicularis CF, & connectatur CA, & sic triangulum semicurvilineum ABCDE rectilineo FCA parem iri. Ratio in superiori.

At si ut diximus ex varijs, & inaequalibus circumferentijs orbiculata triangula composita erunt, tunc mente concipiendum, si circulus duplus alteri fit, subdupli duæ circumferentiæ partes, vni dupli respondent, si quadrupli quatuor, & sic deinceps. Estoque verbi gratia circuli dupli circumferentia EDC, & sit octava, huius circumferentiæ pars respondet duobus octavis subdupli circuli ABC. Diuidatur ambiens linea ABC, bifariam in B, & trahatur AB, BC, EC, & erunt duæ AB, BC portiones, vni EC æquales, & sic vna EDC, duas illas AB, BC absorbet. Vnde si triangulum semicurvilineum duabus octavis circumferentiæ partibus decrescimus, AB, BC augemus vna EDC, & sic par pari referemus.

Alter Casus.

Potest & aliter evenire; sit triangulum semicurvilineum ABCED, & sit ABC quarta dupli circuli, & ADE semicirculus subdupli, docebimus quomodo possis rectilineum triangulum æquale semicurvilineo facere. Trahantur ex puncto per medium circuli ADE vsque ad C, & sit linea ADC, & linea DE. Erit triangulum semicurvilineum ABCED æquale

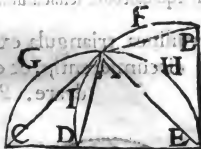
æquale rectilineo DCE. Quoniam portio ABC est dupla ipsius AD per 19. primi nostri, & huic nempe portioni AD æqualis DE. dematur dimidia portio ABCD, addatur DE compar, remaneatq. communis areola DCEF, utrique sic enim rectilineum triangulum DCE æquale semicircuilineo ABCED, & sic excessus vnius alterius defectu rependeretur. Sic & in alijs notis circumferentijs quadruplis quinquuplis eodem Methodo uti poteris.



Semicircuilinea triangula ad verticem constituta ex eisdem, & æqualibus circumferentijs, vel ex æqualibus nota quadrare. Prop. 3.

SI duo semicirculosa triangula ad verticem constituta ex eisdem, & æqualibus circumferentijs fuerint ductis à vertice ad bases rectis lineis, erunt rectangula circulosis equalia. Si primam huius libri leges non secus esse inuenies, quā diximus.

Si acciderit, ut circumferentiæ eadem ad verticem sint inæquales, sed in id conueniant oportet, ut dextra interior sinistrae exteriori æqualis sit. Sint inæqualia triangula se inuicem decussantia BAE, ACD, segmenta sint æqualia, ut BEA, AID, & EHA, AGC, tunc protractis rectis BA, AD,



AE, AC, triangula rectilinea BAE, ADC, erunt circulosiss æqualia BFAHE, AGCDIA. Quoniam segmentum BFA æquale est AID. Si BFA seorsum expellimus, & AID sua vice complectemur, sic etiam reijcimus AGC reponimus EHA.



At si fuerint duo semicirculinea triangula BEAFD, & AGCIH constituta ad verticem A ex inæqualibus circumferentijs notis quarum DAC sit circulus duplus ipsius BAI. Trahantur duæ lineæ perpendiculares ex A ad CI. & sit AL, & AM ad BI. &

binæ aliæ rectæ BA, AI, dico rectilinea triangula ALI, ABM, simul iuncta æqualia esse. Semicirculineis BEAFD, CGAHI. Quoniam periferia DAC est circuli dupli quarta, & BAI subduplus semicirculus, duæ semiportiones AFDM, AGCL, absumunt duas portiones BEA, AHI. demptis igitur BEA, AGCL, repositisq. AHI. AEBM, rectilinea triangula BAM, LAI, æquiualebunt semicirculineis iam dictis.

Curvilinea triangula ex eisdem & æqualibus circumferentijs, & ex varijs notis quadrare. Prop. 4.



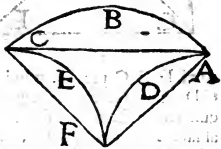
Sto curvilineum triangulum ex tribus circumferentijs ABC, CD, DA, eiusdem curvis, sed ABC, dupla AD, DC constitutum quod quadrare intendimus. Dico propterea

etis æqualibus subtenfis AB, BC, CD, DA quadrilatèrum, rectilineum ABCD, esse æquale curuilineo ABCD. Quoniam demendo portiones AB, BC, addendoq. AD, DC, quæ simul æqualia sunt vori compos fies, vel aliud dicimus .

Poterimus alio modo id assequi. Protrahatur linèa AC, & binas AE, ED, & lineas CF, FD, vt semiportio AED, fit æqualis ABG, & DCF, & ipsi BGC, nam duæ portiones dimidiatæ ADE, CDF æquivalent vni integræ ABC. Vna hac dempra, his additis quod diximus eueniet .



Eodem modo curuilinea triangula ex inæqualibus circumferentijs, sed altera alterius exempli causa sit dupla . Sit curuilineum triangulum ABCEFD ex inæqualibus circumferentijs, sed ABC dupla sit ADF, & FEC subtenfis lineis AC, AF, FC erit quadratum nempe binæ portiones ADF, EFC æquipollent simplici ABC, vnde illa dempra, his additis triangulum rectilineum FAC æquipollet curuilineo propòsito.



Potest contingere, vt triangulum constituatur ex varijs circumferentijs, & inæqualibus, vt FEC sit dimidia ipsius ABC, & ipsa ABC, dupla ipsius ADF, sic facta semipor-



tione CFG, æquali BHC, & subrensis AF portio ADF erit æqualis ABH. Vnde hac dempta, illis subditis triangulum rectilineum ACG erit æquale curvilineo ABCEFD.

Alter Casus.



E Sto curvilineū triangulum ABCDFE propositum quadrādum, & circumferentia circuli ABC sit dupla EFD GC, diuidatur circumferentia EDC bifariam in D, & trahatur CDB erit ceratoide triagulum BHCGD æquale portioni DGC per 19. primi nostri. Vnde dempto BHG CD reponatur eius vice portio EFD æqualis DGC, & quia circumferentia AE est æqualis, & eadem ipsius AB, ablato AB reposita AE, trapezium rectilineum ABDE erit æquale proposito curvilineo triangulo ABHCGDE F.

Cyffoide triangulum ex æqualibus, & inæqualibus circumferentijs quadrare.

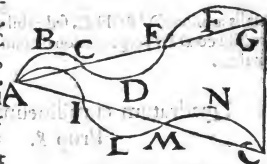
Prop. 5.

E Sto Cyffoide triangulum AFCE ex tribus inæqualibus circumferentijs constitutum ABC, CDE, EFA curvilineum, & latera diuisa, & æqualibus circumferentijs con-

constituta, ut AB, sit
 æqualis BC, & CD,
 ipsi DE, & EF ipsi
 FA, unde tractis lineis
 rectis AC, CE, EA, &
 demptis tribus circum
 ferentijs BC, DE, FA,
 & alijs tribus repositis
 AB, CD, EF, rectili-
 neum triangulum AGE æquale est cyssoidi ABCDEF.



Sit quoque semi-
 cyloide triangulum
 quadrandum ABC
 DEFGILMNO,
 ex varijs circularum
 circumferentijs, sed
 tamen binis semper
 oppositis æqualibus
 constitutum videlicet
 GFE maioris circuli



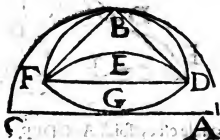
circumferentia, quam EDC, & EDC maior CBA, sed
 tamen GFE æqualis ONM, & EDC, ILM, & CBA,
 AHI, si à puncto A ad basim GO lineæ rectæ trahantur,
 totum assequeris, ratio pendet ex superiori.

Arbilonem quadrare. Prop. 6.

Esto arbilon. AH
 ECD B qua-
 drandum, quia portio
 AH est dupla AB, &
 AB est æqualis semi-
 portiois BGD, ergo
 ablata A B, H, & re-
 posita



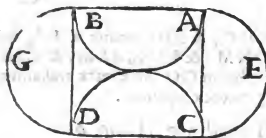
posita BGD, & ablata HCE reposita DCF, rectilineum GBHCF est æquale iam dicto arbilioni.



Potest & alio modo probari. semicirculus ABC est duplus semicirculi DBF, ergo vacuum ABDGFBC. est æquale semicirculo, dematur ex utroque portio DEF, DGF, ergo lunula DBFE est æqualis arbilioni DABGFBC, sed arbilion est æquale triangulo rectilineo DEF, ergo arbilion dictum triangulo DBF, est æquale.

Quadratum curvilineum quadrare.

Prop. 8.

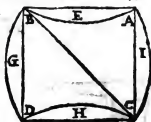


Sto quadratum curvilineum AFBGDFCE. trahantur quatuor lineæ ex angulis AB, BD, DC, CA, dico quadratum rectilineum ABCD curvilineo iam dicto præstabit. Quoniam sunt quatuor semicirculi æquales inuicem, tollantur AEC, BGD, reponantur AFB, CFD, sic rectilineum curvilineo æquale erit.

Alter Casus.

Potest & quadratum aliter fieri, ex quatuor etiam rectis angulis, ut diximus ABC. Quoniam portiones æqua-

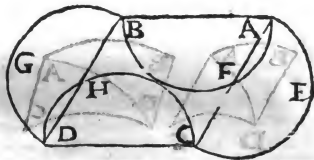
æquales sunt, & ex æqualibus circulis, ablatis portionibus AIC, BGD, repositisq. AEB, CHD rectilineum quadratum ABDC, curvilineo AEBGDHCIA æquipollebit.



Corollarium.

Hinc patere potest quadratum curvilineum ex aduersis, & conuersis circumferentijs constitutum recta diameter bifariam secat, latus AB, lateri AC æquale est, & basis BC communis utrique, ergo triangulum CAB triangulo BDC æquale erit igitur bifariam secat, & utrumq. ex cornexo, & concauo æquali latere constat.

Rhombum curvilineum quadrare,
Prop. 8.



ET Rhombus curvilineus AFBGDHCE quadrabitur, ductis ex angulis rectis lineis AB, BD, DC, CA, nam demptis semicirculis AEC, DBG, repositisq. AFB, CHD, demptisq. portionibus HDAF, rectilineum Rhombum curvilineo æquabitur.

G

Alter

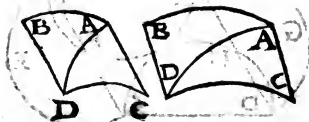
Alter Casus.

Proest esse Rhombus alio modo ex æqualibus circumferentijs AB, BD, DC, CA, & quoniam portiones æquales sunt, duabus demptis AC, CD, totidem repositis AB, BD erit rectilineo æqualis.

Corollarium.

Eiusmodi etiam Rhombos recta dimeriens æqualiter secabit; nam hinc inde duo æqualia triacula constituent.

Rhombos, seu Rhomboides semicurvilineos quadrare. Prop. 9.



Semicurvilineus Rhombus, seu Rhomboides facilius quadrabitur: nam portio de vna dempta, altera reposita, æquales erunt curvilinei rectilineis.

Corol.

Corollarium.

Sed in istis, qui ex isoscelibus triangulis semicurvilineis constituuntur curua diameter circumferentiæ æqualis, & eos bifariam secabit; nam in duo æqualia isoscelia triangu-
la diuiduntur semicurvilinea, vt ABD, ADC.



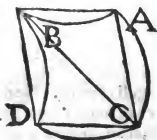
Possunt & alio modo Rhombos, & Rhomboides in Isosce-
libus triangulis constitutos ex tribus conuersis, & vna auer-
sa diametro per mediam diuidere, vt in Rhombo ABCD.
Rhomboidē EFGH, cum diameter AC, EH eos bifar-
iam diuidat in duo Isoscelia æqualia ABC, ACD, &
EHG, EHF, & in Rhomboidē ex quatuor conuersis con-
stituto diameter recta etiam IL in duo semitriangula æqua-
lia diuidit ex oppositis angulis ducta.

et quatuor conuersis non recta, sed curva, & altera
æqualis, patet, nam huiusmodi, & alibi, & alibi, & alibi.

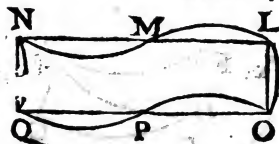
G

Altera

Altera parte curuilinea, &
femicuruilinea qua-
drare. Prop. 10.



A Altera parte longiora quadra-
bis omnia, vt quadrata, duo-
bus semper portionibus oppositis
ablatis, & repositis, vt in ABCD.



Erit altera spe-
cies altera parte lon-
gioris curuilinei L
NOQ demptis sci-
licet tribus portio-
ribus LM, PQ, OL,
repositis MN, OP,
QN, quadrabitur.

Corollarium.

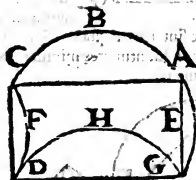


AT reliquas species diuides non dimetiente ex angulo
ad angulum ducta, sed per medium vtrinq. latera pa-
rallela, vt in EFIL dimetiens GH.

Pc-

Peleces quadrare. Prop. 11.

Possunt peleces multifariam variare ex varijs circularum circumferentijs, & primo ex partibus, cuius partes circumferentiæ dimidij circuli ABC , aliæ duæ partes ex duabus quartis eiusdem circuli AED , DFC , vt demptis illis, his repositis, rectilineum quadratum pelecis æquale erit.

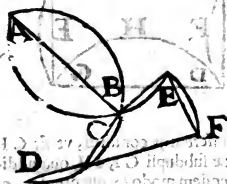


Potest & ex duplicis circumferentijs constitui, vt sit GH quarta dupli, duæ vero quartæ subdupli GI , IH , quæ additæ rependent ablatum GH , eodem modo ex quadrupla eueniet. Pelecis ex inæqualibus, sed eisdem circumferentijs, & varijs, vt Pelecis $GEABCFDH$ quadranda portio ABC sit æqualis GHD , & DEC , GEA , demantur ABC , reponantur GHD , DFC , & erit quadrilaterum rectilineum $ACGD$ æquale supradictæ Pelecis.

Trapezia curuilinea ex æqualibus, & inæqualibus circumferentijs constituta quadrare. Prop. 12.

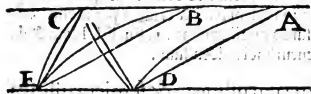


Sint Trapezia curuilinea ex quatuor, vel pluribus circumferentijs constituta, vel omnibus inæqualibus, vel tribus, aut duobus, dummodo inter eas ita conueniant, vt tres, duæ; aut plures possint, quantum vna, aut aliæ: nam sit portio ABC tripla, & sint tres æquales AHQ, QFE, EDC, dematur maior, addantur tres minime, & coarquabitur rectilineum curuilineo.



At si Trapezium figuratum fuerit, vt iisdẽ circumferentijs, & æqualibus constitutur, sed cū alterũ altero longius sit, & quantum in altero deficit in altero superfluit, minus addatur superfluo, & fiat æqualis compensatio. AB duæ portiones demantur, addantur duobus alijs BC, CD, & quia pars EF superabit, deficit vero EB, hinc addatur illius vice, sic rectilineum BEFDGB curuilineo arquabitur.

Triangulum Iſoſcele curvilineum, & parallelogrammum ſemicurvilineum in eadem baſi conſtituta, & eiſdem parallelis, parallelogrammum triangulum duplum erit, & rectilineis æqualia erunt. Prop. 13.



S It triangulum Iſoſcele ſemicurvilineum DCE, & parallelogrammum ſemicurvilineum ABDE in eiſdem parallelis ACDE dico pa-

rallelogrammum in eadem baſi, & eiſdem circumferentijs conſtitutum eſſe triangulo duplum. Quoniam portio DC ipſi CE æqualis, dematur EC, addatur DC, erit triangulum rectilineum DCE curvilineo æquale. Et quia portio AD ipſi BE æqualis, dematur BE, addatur DA erit rectilineum parallelogrammum ABDE ſemicurvilineo æquale, ſed rectilineum ABDE triangulo DCE duplum eſt; quia in eadem baſi, & eiſdem parallelis conſtituta per 41. 1. Eucl. ergo parallelogrammum rectilineum curvilineo triangulo duplum.

Parallelogramma ſemicurvilinea in eadem baſi, & æquidistantibus circumferentijs conſtituta, & inter parallelas æqualia ſunt. Prop. 14.

S Int duo parallelogramma BFDCGE, & AIDBHE in eadem baſi DE, & in eiſdem parallelis rectis AC, DE

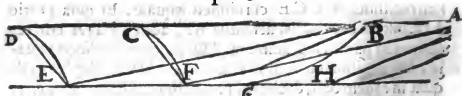


DE constituta, dico
inuicem esse æqualia:
trahantur rectæ AD,
BE, EC, quia portio
BFD est æqualis CGE

dematur CGE, repo-
natur BFD, rectangulum parallelogrammum curuilineo
æquale. Idem dicendum de altero parallelogrammo AIDB-
HE curuilineo æquale est rectilineo ADBF, & quia paralle-
logramma rectilinea in eadem basi, & eisdem parallelis consti-
tuta ad inuicem sunt æqualia per 36. 1. Euclid. Idem & de
parallelogrammis curuilineis dicendum.

Parallelogramma curuilinea, & semicuruilinea
cum æqualibus basibus, & eisdem circum-
ferentijs, & eisdem parallelis consti-
tuta inuicem sunt æqualia.

Prop. 15.



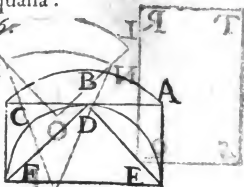
Sint duo parallelogramma semicuruilinea, & æquidistan-
tibus circumferentijs AH, GB, & CF, DE, & æqualibus
basibus constituta FE, GH, & in eisdem parallelis AD, HE
dico esse inuicem æqualia, trahantur rectæ AH, BG, CF, DE,
AF, BE, quia AH portio æqualis est BG, dempra AH re-
posita BG, erit rectilineum AHBG curuilineo æquale, & idem
de alio CFDE, sed rectilineum AHBG curuilineo æquale, &
idem de alio CFDE, sed rectilineum CFDE in eadem basi
cum rectilineo ABFE, & ABFE in eadem cum AHBG, ergo
inuicem æqualia per 26. 1. Euclid. ergo &c.

Paral-

Parallelogramma semicirculinea in eisdem parallelis constituta, & ex diuersis circumferentijs videlicet duplis dari possunt rectilineis æqualia.

Prop. 76.

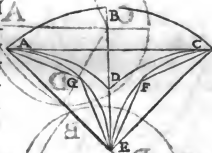
Sit parallelogrammum semicirculineum $EACFDE$, & sit portio CBA dupli, subdupli autem semicirculus FD , dico quadrari posse, trahatur linea CA , & FD , DE , quia duæ portiones subdupli FD , DE valent quantum vna subdupli CBA , dematur CBA , reponantur duæ subdupli FD , DE , rectilineum $EACFD$ valet quantum semicirculineum.



Triangulum tricuspide quadrare.

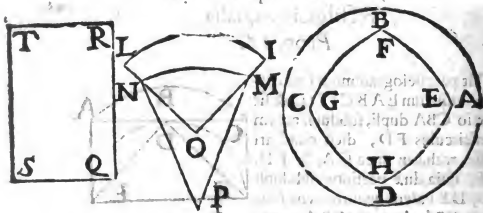
Prop. 77.

Ex quarta nostri secundi representetur figura $ABCFEG$, a medio AC trahatur linea BE , & linea EB signetur in linea BE , linea CD ex eadem dupli circumferentia, idem ex altera parte, dico triangulum tricuspide $ADCFECA$ quadrari. Possit diuidantur EC , EA bifaria in FG , & trahatur linee EF , FE , EG , GA , sic, & linea DC , DA , quia DC portio est octaua pars sui circuli, portiones EE , GC duæ octauæ subdupli æquipollent vnam dupli, sic eam demendo, has addendo,



do, trapezium $EFCD$ rectilineum respondet curvilineo $EFCD$, idem de alia parte dicendum, & multifariam potest euenire.

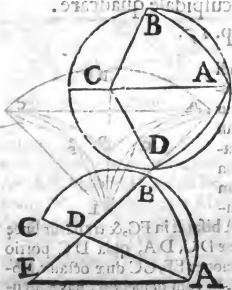
Coronas quadrare. Prop. 18.

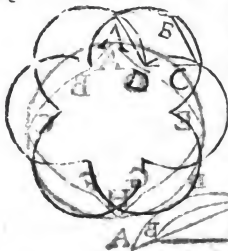


Sit quadranda Corona $ABCFEFGH$, pono eius quadrantem ILO , & ibi comparem octaua partem circuli dupli MNE , tollatur comune MNO , remanet tricuspidale triangulū, quadrilaterū $MONP$

æquale quartæ parti coronæ $IMLN$, quæ æqualis $ABEF$, quadruplicetur cuspidale triangulū, & erit ipsius arcus $QRST$ æqualis coronæ proposi.

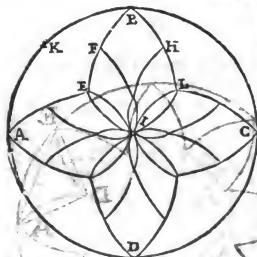
Eodem modo quarta pars semicirculi dupli ABE assumit dimidium circuli ABC subduplum, tollatur commune triangulū ABD , remanet ADE triangulū rectilineū æquale Laniæ AB , & circuli $BD C$, quo duplato æquipollet coronæ $ABCD$. Sic





& sit A D octava pars
sui circuli, & A E sui
circuli, duæ igitur por-
tiones A D, D E equi-
pollent vni maiori, & ideo
igitur eiusmodi trian-
gula respondent propo-
sita coronæ. *multitudine*

Corona semicircularis



Est circulus ABCD
cuius quadrans A-
BI, triangulum ABE
notum est, quia AE, EB
æquales sunt circumfe-
rentiæ AK, KB, reliqua
pars quantæ EE BH LI,
quia BE, BH æquales
sunt CF, FH, tolle PB,
BH, reponere CF, FH
erit nota pars FB, HI,
reliqua pars EF, LI nota
est, quia æqualis BE.

Et, tolle, & reponere nota erit pars illa, remanent ergo 4
portiones IG. *adhibent*

Volutas omnifarias quadrare.

Est voluta figuræ species in coelestium medium figurata,
cuius ambici per totos flectit duos bina in & quap-
dammodo- *modum*

dammodo recuruis, &
refractis lineis.

Propositum ergo sit
quadrare volutam BED
GIFCHLMA scio hanc
volutam octauam esse
partem volute circuli
NOPQRS, & omnes
circuli volute non ca-
piunt nisi octogoni a-
ream, ergo unaquæque
octauam partem com-

muta quadrata est. Et
quod si quadrata est
voluta BED GIFCHLMA
quadrata est octogoni
NOPQRS, & omnes
circuli volute non ca-
piunt nisi octogoni a-
ream, ergo unaquæque
octauam partem com-

muta quadrata est. Et
quod si quadrata est
voluta BED GIFCHLMA
quadrata est octogoni
NOPQRS, & omnes
circuli volute non ca-
piunt nisi octogoni a-
ream, ergo unaquæque
octauam partem com-

plectitur: vna igitur volute pars est BED GIFCHLMA
est octava circuli pars, & octava circuli pars est triangulum
ABG, ergo tota proposita voluta quadrata triangulo meti-
tur. Possimus, & hoc modo cysloidem triangulum etiam
quadrare, quod vidimus in 5. propositione huius.

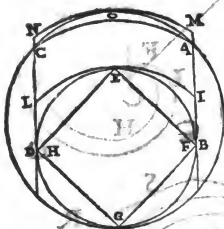
Quod si quadrata est
voluta BED GIFCHLMA
quadrata est octogoni
NOPQRS, & omnes
circuli volute non ca-
piunt nisi octogoni a-
ream, ergo unaquæque
octauam partem com-



Curui-

Curvilinea triangula aliqua quadrare.

Prop. 20.



Sit circulus duplus AM-
N C, & subduplus vero
EFGH, seq. in puncto con-
tingant: G abscindantur à
duplo duæ portiones qua-
drati CN, AM, & à subdu-
plo quatuor quadrati EF,
FG, GH, HE remanent va-
cua CDEBA, BMG, GNH
æqualia quadrato EF, GH
puncto E, ducatur parallela
CA, & fit LO quadrangu-
lum CLA I notum est, remanent quatuor triangula LDE,
EIB, AMO, CNO puncto dupli circumferentia ducatur MN,
& ex punctis CA alia parallela eiusdem circumferentiæ CA,
dico lunulam COA quadrari posse triangula NCO, OAM
nota sunt, quadrangulum NCMA notum, quia ex paralle-
lis circumferentijs, à quo si triangula subducantur COA
lunula nota remanet.



Quomodo lunæ cor-
nieula quadrari pos-
sint. Prop. 21.

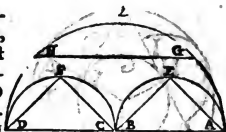
Remaneat superior de-
scriptio, & in semi-
circulo BGD describatur
dupli circumferentiæ BLID
à punctis BD, lunula igitur
BG-

BGADILB nota est, lunula parua nota est CGA, quadrangulum CLAI notum etiam ex anteriori, remanent ergo corniculi CBL, AID etiam noti.

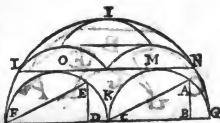
Trapezia multa curuilinea quadrare.

Prop. 22.

Potamus quadrare Trapezium AGNDFCBEA, quia semicirculus AGND est quadruplus AEB per 20. nostri, duo semicirculi AEB, CFD valent quantum arbilon AGNDCBA, dematur portio GN quarta circuli pars, & 4. portiones AE, EB, CF, FD, remanent duo triangula rectilinea AEB, CFD æqualia trapezio curuilineo iam dicto.



Eadem ratio erit in trigono. sit trigoni portio LIN, & duo circuli FED, CAG, a quibus duæ portiones FE, CA, & duæ dimidte ED, AG, quæ vnam integrant, altera erit OIM, arbilon FLINGMCO valet duos semicirculos, a quibus si tres dempseris portiones, tres item ab arbilone, vacua FLO, OKM, MNC, NMB, IOL valent duo trigona FED, CAB.



Eadem ratio erit in exagono, & trigono, nam in trigono in circulo GHILF, duo trigona APC, DEF, æquipollent vacuis GHM, MOC, OLF, HILONM, & in exagono PSRTQ,



65

IO. BAPT. PORTÆ

NEAPOLITANI

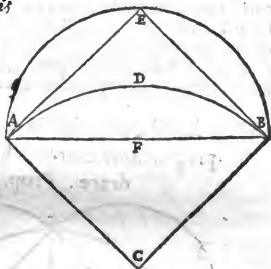
ELEMENTORVM CVRVILINEORVM

Liber Tertius.

In quo de Circuli quadratura agitur.

Lunulam ex dupla, & subdupla proportionē
quadrare. Prop. 1.

DEscripto duplicis
circuli quadrā-
te his characteribus
distinguat^r ADBC,
cuius subtensam AB,
scinde bifariam, & pun-
ctus scissionis ad am-
plissimum medius F chara-
cterē sortiatur, in quo
circini pede infixō ex
FA interuallo circum-
ducto semiambitum,
subdupli AEB ducito,
aio triangulum recti-
lineum ABC interceptæ lunulæ aræ AEBD æqualem esse.
In medio periferiæ subdupli E punctus instituendus, & ab
utraque circuli extremitate A B lineæ excurrant vsque ad E,
ibique mutuo concurrant, quia dupli portio ADBF quarta
sui circuli pars valet quantum duæ subdupli portiones AE,
EB, etiam sui circuli pars quarta (per 20. primi nostri) ideo



I sub-

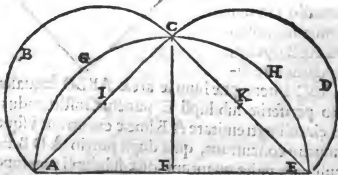
subductis portionibus AE , EB apposita ADB (per primum axioma nostri secundi libri) triangulum ABC valet quantum lunula $AEBD$, quod erat demonstrandum.

Hypocrates hoc aliter probat in primo Physicorum Aristotelis, quia quadrans dupli $ADBC$ valet quantum semicirculus subdupli AEB , abscissa portione communi ADB , quæ inter utrumque interiecta est, remanet trimetrum ABC æquale lunulæ $AEBD$, quadrantiæ.

Confectarium.

EX hoc circumferentia dupli transibit semper per extremitates diametri subdupli, quod in alijs non euenit; quia angulus in semicirculo AEB rectus est (per 31. 3. Euclid.) quadrata AE , EB æqualia sunt quadrato AB , & quadrantis dupli angulus ACB etiam rectus est, ergo quadrata AC , CB æqualia sunt quadrato AB , ob id recta linea subtensa quadrantis dupli eadem est cum diametro subdupli.

Duas lunulas æquales in dupla, & subdupla proportionem exaratas seorsim quadrare. Prop. 2.



Eodem modo hoc commodissime absoluemus. Esto circulus

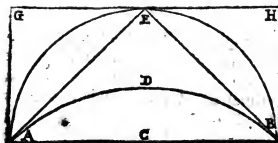
culus dupli ACE , & diametri extremitatibus AE binæ lineæ in medium circuli anfractum excurrant, & ybi mutuo contactu angulum efficiunt, illic C litera exaretur. Subtense AC , CE in medio ductu præcidantur, præfixis literis IK , mox assumpto circino ad rem commodè proferendam, pede vno in I infixo subsistente IA interuallo linea circumducatur vsque donec ad alteram extremitatem C perueniat, inuariatoq. circini pede K puncto compari linearum perscriptio-
ne circuli semianfractum designet ADE . Hoc peracto puncto F lineæ in plano iacentis perpendicularis extollatur, quæ in cuspide curuaturam C contingat, aio lunulas $ABCG$, $CDEH$, æquales esse trimetro ACE . Quoniam circulus ACE duplex est ABC , CDE , ergo semicirculus ABC , CDE æquales sunt semicirculo ACE , amputentur duæ communes portiones AGC , CHE , residua rectilinea triangu-
la ACF , FCE æqualia sunt lunulis $ABGC$, $CDEH$ vel modo, quo supra præcepimus triangulum dupli $AGCF$ æquale est semicirculo ABC , & triangulum FCE æquale semicirculo CDE , subductis communibus portionibus AGC , CHE , triangulum ACE , est æquale duobus lunulis $ABGC$, $CDEH$.

Consollarium.

ANtequam ultra progrediar consentaneum duxi adnotandum angulum rectum ACE bifariam dissectum in C ex (per 8. 6. Euclid.) EC , ad CA rationem habet ut EF ad FA , & sic triangulum CFE ad triangulum CAF (per primum 6. Euclid.) & quia æqualia sunt, lunulæ quoque æquales sunt.

Vacans spacium, quod intra figuras omnes
notas interuenerit quadrare.

Prop. 3.



Recta linea AB
dirigenda est,
& ab eius umbilici
medio puncto C se-
niorbis circumdu-
cendus est AEB,
completo seniorbi
ACB, lunula com-
plenda est more

AEBD, mox laterales lineæ erigendæ ab extremitatibus
AB sunt, & medio eius puncto E superior linea exaretur
ipsi AB æquidistant, ut vltro, citroq. semicirculum tangant,
etiam hisce lateribus parallelogrammum expriment AGHB,
demum ab extremitatibus AB, medio puncto E transuersas
lineas sortiatur AE, EB. Quoniam parallelogrammum
GABH semicirculum continet, & est sui quadrati dimidium,
semicirculus lunulam continet AEBD, & lunula AEBD suo
triangulo AEB æqualis est, & triangulum AEB sui paralle-
logrammi dimidium est, ergo interceptæ areolæ AGE, EHB,
ADB, quæ lunulam AB ambiunt, æquales sunt ipsi lunulæ
areolæ, ergo sui amplexantis parallelogrammi dimidium
sunt.

Confectarium.

EX hoc perspicuum est lunulam sui quadrati partem esse
quartam; nam si lunula sui obsepientis parallelo-
grammi dimidium est, & parallelogrammum sui quadrati
dimi-

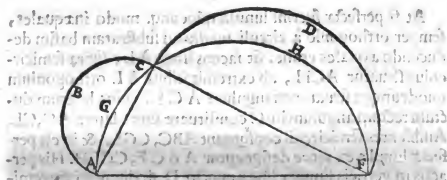
dimidium; igitur lunula sui quadrati dimidium erit.

Vel si cuiusunque figuræ notæ vacua quadrare velimus modo supra cognito nota figura circumclaudatur, quam si à nota subtrahes, optato poteris ex secundo axiomate (secundi nostri) sit gratia exempli pelecis HEIGOF sapienda suo parallelogrammo ABCD, quam ab ipso seduces, sic inclusæ arcæ HAE, EBI, IGOD, OCHF residuum innoteſcet.



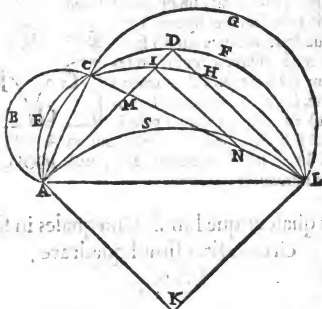
Duas quascunque lunulas inæquales in semicirculo fitas simul quadrare.

Prop. 4.



Triangulum rectilineum in semicirculari linea definiri debet, quod tribus notis distinxiimus ACE, supra eius latera semicirculi incubabunt ABC, CDE, quibus congruentis area adinuenienda est, inquam angulus ACE in semicirculo rectus est, & bini semicirculi ABC, CDE æquales sunt semicirculo AGCHE ex eis, quæ supra habita sunt, reiectis communibus portionibus AGC, CHE relictæ semilunulæ ABCG, CDEH residuo triangulo ACE rectilineo æquiparantur.

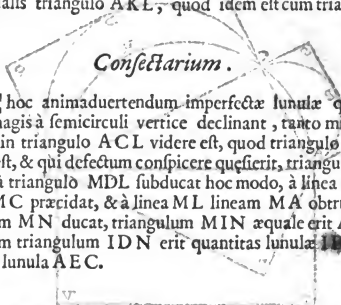
At



At si perfectæ fuerint lunulæ quocunq. modo inæquales, semper orthogonio à circuli medio ad substratam basim deducendo æquales erunt. sit iacens linea AL , supra semicirculus struatur $ACFL$, ab extremitatibus AL orthogonium quodcunque struatur triangulum ACL , cuius laterum ductum rectum angulum in C constituent supra latera AC, CL , Ambientes semicirculi consurgant ABC, CGL , & in eis perfectæ lunulæ ex more designentur $ABCE, CGLH$. His perfectis in verticis sinuosa lineæ puncto D ab diametri extremitatibus AL duo latera consurgant, vt. orthogonium triangulum ADL constituent, aio dictas perfectas lunulas $ABCE, CGLH$, in circulo $ACDFL$ descriptum semper dicto triangulo ADL æquales esse: Quoniam lunulæ $ABCE, CGLH$ æquales sunt triangulo orthogonio ADL semper ex secunda huius.

Potest & alia probandi ratio suscipi. Triangulo ADL super lineam AL descripto, aliud triangulum æquale infra lineam AL designetur, & sit ALK , & puncto K circini pede fixo,

fixo, altero vago in A collocato sinuosa linea ducatur vsque ad L. Quoniam duæ lunulæ perfectæ ABCE, CGLH æquales sunt vni lunulæ ASL (ex prima huius) & lunula ACDFS est æqualis triangulo AKL, quod idem est cum triangulo ADL.



EX hoc animaduertendum imperfectæ lunulæ quanto magis à semicirculi vertice declinant, tanto minores fieri, vt in triangulo ACL videre est, quod triangulo ADL minus est, & qui defectum conspiciere quæsierit, triangulum ACM à triangulo MDL subducat hoc modo, à linea MD, linea MC præcidat, & à linea ML lineam MA obtruncet, & lineam MN ducat, triangulum MIN æquale erit ACM, reliquum triangulum IDN erit quantitas lunulæ ML, dempta lunula AEC.

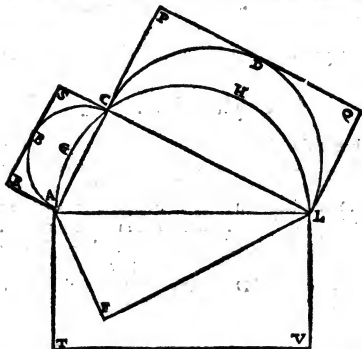
Vacua inter lunulas intermissa quadrare.

Prop. 5.



T vero interuenientia vacua circa lunulas si quadrare quæsieris, ita quadrabis. Esto minor lunula ABCG, maior CDLH imperamus semicirculinea triangula inania inter illas, in rectilineas figuras reddere scilicet CPD, DQL, CHL, ARB, BSC, AGC, circumscribantur parallelogrammata tangentia earum ambientes lineas PQCL, ARSC, & fiat alterum parallelogrammum ex binis AL, TV, & sit ALTV, & fiat triangulum ACL æquale AFL (per 31. primi Euclid.) quibus ita dispositis inquam vacuum circa ATVLÆ æquale esse imperatis vacuis.

cuis. Quoniam triangulum AFL est æquale ACL ex



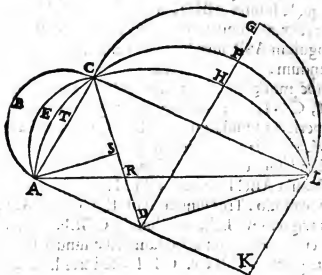
constitutione, & triangulum ACL est æquale lunulis $CDLH$, & $ABCG$, ergo si triangulum AFL à parallelogrammo $ATLV$ abstuleris, reliquum vacuum $ATVLF$ erit æquale interiectis vacuis iam recensitis.

Duas lunulas inæquales in semicirculi ambitu descriptas seorsum quadrare.

Prop. 6.



STO rectangulum triangulum ACL , cuius porrectius latus CL sit duplum exilioris AC , & circumferantur lunulæ ex more, quibus adijce suas literas indices. $CGLF$, & $ABCT$, mox parallelogrammum constituatur ex lateribus

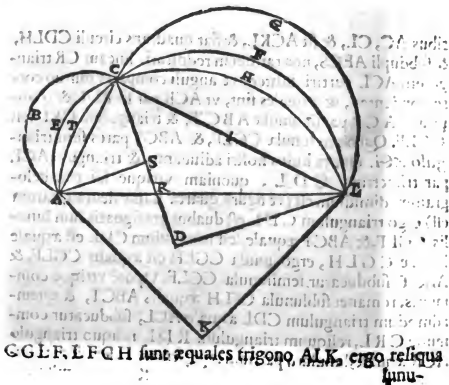


ribus AC, CL, & fit ACKL, & fiat quadrans circuli CDLH, & subdupli AECS, nos rationem reddituri, lineam CR triangulum ACL partiri taliter, vt anguli compares mutuo correspondentes, & æquales sint, vt ACR par sit RDL & triangulum ACR par sit lunulæ ABCT, & triangulum CRL ipsi CGLF. Quoniam lunulæ CGLF, & ABCT pares sunt triangulo ACL quarta huius nostri adiuvante, & triangulo ACL par trimetrum CDL, quoniam vtrique sui parallelogrammi dimidium est (vt figura quarta huius demonstratum est) ergo triangulum CDL est duabus præsignatis iam lunulis CGLF, & ABCT æquale, sed triangulum CDL est æquale lunulæ CGLH, ergo lunula CGLH est æqualis CGLF, & ABCT subducatur semilunula CGLF, vtpotè vtrique communis, remanet sublunula CFLH æqualis ABCT, & quemadmodum triangulum CDL æquale ACL, subducatur commune CRL, reliquum triangulum RDL reliquo triangulo ACR æquale, lunularum partium representantia, sequitur trian-
K gulum

gulum RDL esse æquale sublunulæ $CFLH$, & triangulum ACR æquale lunulæ $ABCT$, à quo si triangulum ACS subtrahatur, æquale lunulæ $ABCE$ (per primam huius) remanet subtriangulum ASR imæ lunulæ $AECT$ par, quod erat demonstrandum.

Vel hoc modo si triangulum ACL æquale est lunulis $ABCT$, $CGLF$, compleatur triangulum CRL , & compleatur perfecta lunula, quæ sit $CGLH$, ergo addita pars trianguli RDL æqualis erit additæ lunulæ $CFLH$, sed pars trianguli addita RDL æqualis est triangulo ACR , ut vidimus, & par est lunula $ABCT$ lunulæ $CFLH$.

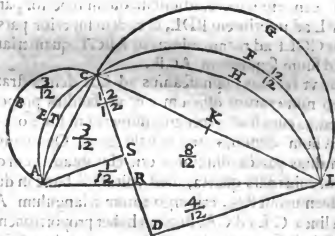
Vel hoc modo. Tres lunulæ $ABCE$, $CGLF$, $AECT$ sunt æquales trigono ACL , & duæ lunulæ $CGLF$, $CFLH$ trigono CDL , ergo omnes quatuor iam dictæ lunulæ sunt æquales duobus trigonis ACR , & CDL , sed tres lunulæ $ABCE$,



$\triangle AEC$ est æqualis $\triangle ASR$, quod quere-
 bamus.

Vel tres lunulæ $ABCE$, $AECT$, $CGFL$ æquales sunt trigono ACL , & trigonum CDL æquale lunulæ $CGLH$, tolle triangulum CDL æquale iam dictæ lunulæ $CGLH$, reliquum triangulum ACR lunulis $ABCE$, $AECT$ æquale est, tolle lunulam perfectam $ABCE$ sub lunula $AECT$ sub triangulo ASR æqualis erit, quod erat demonstrandum.

Trianguli in circulo descripti angulo per medium discisso, & lunulis à circulo medio diuisis, proportio partis maioris trianguli ad minorem, est sicut superior pars maioris lunulæ ad inferiorem, & superior eadem pars ad minorem lunulam, & superior pars trianguli ad inferiorem sequitur eam suarum lunularum. Prop. 7.

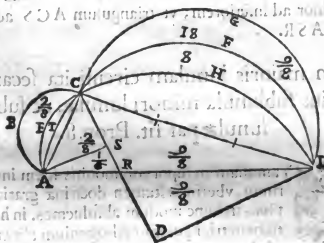


Priusquam ad diuerfarum partium rationem humularum

descendamus, admonitione dignum censemus, quod cum ab æqualitate duarum lunularum descendimus, quam (in secunda parte) vidimus, quantum maior crescit, tantum altera decrescit, & ex alterius defectione altera augmentum suscipit, & circulus ille, qui per medium utriusque percurrit, à maiori semicirculo subripit, & minori addit, sed id non temere, sed certo se superant excessu, ut ratio maioris superioris lunule ad inferiorem eadem sit, quam maioris superioris trianguli pars ad inferiorem, & ratio maioris superioris lunule ad totam minorem, ut ratio partis trianguli anterioris ad posteriorem eandem sequuntur analogiam, & utraque utriusque rationem sequitur, ut exemplis patebit. Triangulum rectangulum strue, cuius angulis appones literas ACL, productus latus CL in duas partes, angustus in unam partiri. In puncto bifariæ scissionis lateris CL signa K, ex quo, & intervallo CK circinationis arcus exaretur, cui suas indices literas applicabis CGL, eodemq; ordine signa AC suum arcum delineas ABC, mox triangulum maioris circuli CGL constitues, & sit CDL, & minoris ABCE, sit ACS supra succumbentem omnium basim AL, medius circulus flectatur ACFL, dico lunulam superiorem maioris circuli CGLF ad suam inferiorem CFLH, eandem habere rationem, quam superior pars trianguli CRL ad inferiorem RDL, & eadem superior pars lunule maioris CGLF ad totam minorem ABCT, quam triangulum CRL ad suum sequentem ACR.

Quod ut facilius cognoscamus ad hoc demonstrandum, adhibeo numerorum officium, & ut facilius proportionem observemus cum fractis integros numeros in fractiones solvamus, ut unum denominatorem habeamus. Quoniam lineam CL in duas partes diuisimus erit eius quadratum quatuor partium, cuius pars quarta, id est unitas est, hanc in duodecimas solvemus, id est $\frac{1}{12}$, erit ergo totum triangulum ACL, & quia linea CL ad CA, duplam habet proportionem, ita RL ad RA, & sic triangulum CRL ad triangulum CAR, ergo

triangulum CRL erit $\frac{1}{4}$, & triangulum ACR $\frac{1}{4}$. Ergo tota lunula perfecta CGLH $\frac{1}{2}$ erit superior lunula maioris circuli CGLF cum duabus lunulis ABCT simul iunctæ sunt $\frac{1}{2}$. Triangulum C D L erat $\frac{1}{4}$, si superior pars erat $\frac{1}{4}$ inferior R D L erit $\frac{1}{4}$, & quia tota perfecta lunula CGLH est $\frac{1}{2}$, vt proportio quadrupli seruetur, quam habet ad minorem perfectam ABCE $\frac{1}{4}$, & triangulum ACS erit ei par $\frac{1}{4}$; inferior ergo pars $\frac{1}{4}$, & cum nullus melior congruat sublunularum partibus sit sublunula AECT $\frac{1}{4}$, sic superior pars maioris lunulæ $\frac{1}{4}$ inferior $\frac{1}{4}$. Vnde proportio trianguli superioris CRL ad inferiorem B D L, erit dupla, vt superior maioris lunulæ pars C G L H ad inferiorem etiam dupla, idest $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{4}$, & proportio superioris lunulæ pars C G L F ad lunulas A B C T etiam dupla est, sed superior minor lunula ad inferiorem tripla est, vt $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{12}$, sic triangulum superius A C S ad A S R, vt $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{12}$.



Subijciatur aliud exemplum in tripla diuisione supra lineam porrectam AL, circulum effingamus ACFL, mox in eo triangulum describendum, vt rectus angulus C literam possideat, cuius latus vnum longius CL tres partes, minus AC, vnam forsiatur in struendis ibi commodè semicirculis. C G L maior,

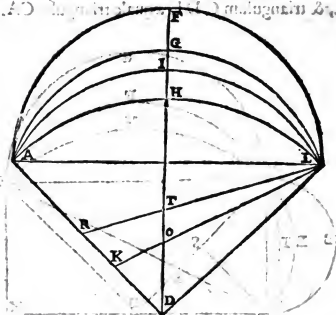
maior, ABC. minor. Inde perfectæ lunulæ ex ordine sub-
 gignentur, idest trianguli CDL, CGLH, trianguli ACS,
 ABCE.

Triangulum ACL, quia linea est trium partium, area erit
 $\frac{1}{2}$, proportio CRL ad ACR est tripla, ob id triangulum
 CRL erit $\frac{2}{3}$, & triangulum ACR $\frac{1}{3}$, triangulum CDE latus
 trium est partium, quadrans est nouem partium, cuius quartâ
 pars est $\frac{1}{4}$, idest $\frac{1}{4}$ supra sunt trianguli CRL $\frac{2}{3}$, ergo trian-
 gulum RDL erit $\frac{1}{3}$, tres lunulæ ABCE, AECT, CGLF est $\frac{1}{2}$
 superior maior ad duas minores est tripla, ergo lunula supe-
 rior est $\frac{1}{3}$, & duæ lunulæ ABCE, AECT est $\frac{2}{3}$, sed lunula per-
 fecta est $\frac{1}{2}$, ergo superius triangulum CAS $\frac{1}{2}$ subditum reli-
 qui est $\frac{1}{4}$ & sublunula reliqua $\frac{1}{4}$ inferior maior lunula, vt com-
 plectat numerum $\frac{1}{2}$ erit $\frac{1}{2}$, ergo proportio lunula superior ad
 inferiorem, idest CGLF ad CFLH sicut triangulum CRL
 ad RDL, & lunula EGLF ad lunulas ABCT, & superior lu-
 nula minor ad inferiorem, vt triangulum ACS ad trian-
 gulum ASR.

Datam maioris lunulam circuli ita secare, vt
 eius sublunula minori lunulæ, & sub-
 lunulæ par sit. Prop. 8.



Vamquam in supra commonitis idem indicaue-
 rimus, vberioris tamen doctrinæ gratia exem-
 plum in hunc modum absoluemus. in hanc ra-
 tionem triangulum orthogonium eligendum
 est ACL, cuius porrectius latus CL bifariam
 dissecemus, supra lunulas ex more constituemus, & medium
 circulum ATCFL, & eis triangula subiiciemus CDL, ACR,
 mox datis lineis AC, CL parallelogrammum constituatur
 CALEK, inquam sublunulam CFLH, lunulis ABCT æqua-
 lem esse. Quoniam lunula CGLH æqualis est suo triangu-
 lo

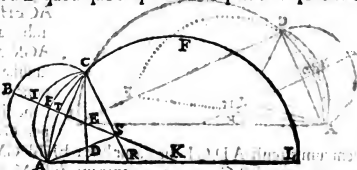


nam diuisuræ in quocunque partes volueris decem, vel
septemdecim, pro hunc bifariam in R dispeſcito, & transuer-
ſam ad L deducito, ſi velis lunulæ mediam partem auferre,
& vbi ſe lineæ cum diametri linea decuſſabunt, ſige circini
pedem fixum, & vagum alterum ad alterutrius diametri
extremitatem A, vel L, arcum circumſecte AGL, nam
lunula AFLG erit dimidium lunulæ. Vel ſi tertiam partem
vis auferre, ſit latera K in laterali tractu tertia pars ab K ad
L lineam porrigito, & vbi FD lineam ſecat, pede circini ſta-
bili collocato, ac vago altero ad A extremum, arcum circum-
duces AIL, & tertiam lunulæ partem AILH à duobus ab-
ſcinder. Quoniam triangulum ADL per RL lineam bifariam
diſſectum eſt, ſuperior trianguli pars ARL per ſuperexaratam
propoſitionem ſuperiori lunulæ parti AFLG congruit, & ima
trianguli pars RDL imæ lunulæ parti correſpondet, & utraq.
partes ſunt, ergo & lunulæ eis pares diſſectæ ſunt: Idem de
tertia parte dicendum.

ETI. ALIUS

Eadem

Eadem in parua lunula operaberis, nam si bifariam ABC lunulam vis partiri trianguli eius ABS latus, AS bifariam in D, & latus à D quousque ad punctum C perueniat protrahe-

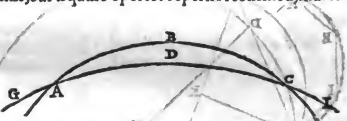


mus, & lineam à B medio semicirculi, punctoq. S, vsque ad circuli A T C B L centrum perueniat, & ubi se interfecabunt puncto E siste cirdini pedem, & Intervallo EA, extende circulū AIC, & diuisz erit lunula: probatio ex anteriori liquet.

Datam quamcumque lunulam quadrare .

Prop. 161

E Sto exposita quadranda lunula ABCD cuiuscunque ordinis, cui æquale oportet reperiri rectilineū, maior cir-



culus GADCH, integer circinetur, & sit ADCI porrecto suo diametro AI, & à puncto A superponatur præfata lunula, ABC, & compleatur circulus A B C F cum suo diametro AF, extendaturq. linea à puncto A ad C, & sit AC, discindaturq. rectus angulus ACI per rectam CK, & super basim AC circinetur semicirculus AEC, & puncto G, basi AC, fiat quadrans dupli,

Esto circulus ADG quadrans semicirculi AEB, & quarta pars semicirculi ADG sit ADF, & diameter subdupli ADB transeat per punctum D, dico triquetrum ADF semicirculo AEDB æquale esse. Tollatur communis portio DA, remanet lunula AEBD, æqualis triangulo FDA, sed AEBL perfecta, lunula nota est: ergo sublunula ALBD nota erit, subducito triangulum DBK ab AKF, residuum sublunulæ ALDB notum erit.

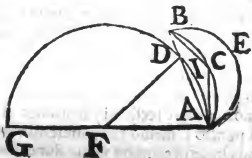
Potest & alio modo cognosci. Portio quadrupli AD valet quatuor portiones subquadrupli, secetur circumferentia AEB quadrifariam, & sint portiones AI, IE, EH, HB, amputentur portiones AI, IE, EH, HB, reponatur AB, trapezium rectilineum AIEHBD notum erit, & sic de cæteris.

Alio modo.

SIt semicirculus ADG, quadruplus ipsius AEB, & ipsius AEB, capiatur duplus, & sit circumferentia ACB, remaneat infra sublunula ACBDIA, quam volumus quadrare. Quia semilunula ACBDIA, nota est, &

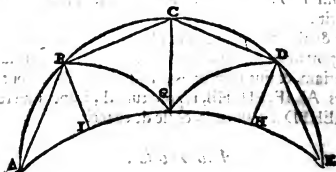
nota etiam lunula AEBC, ex vigesima sexta primi nostri, si notum à noto subtrahatur, quod reliquum est notum erit.

Possimus etiam proximè prædicto modo quadrare, quia portio AD, est dupla ipsius ACB, diuidatur ACB, in duas partes AC, CB, demantur hæ duæ portiones AC, CB, reponatur AD, rectilineum ACBDA, est æqualæ sublunulæ ACBDIA.



Lunulam per latum in quadrabiles partes
diuidere. Prop. 12.

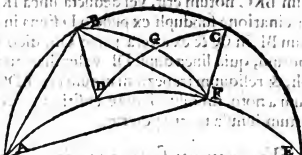
Nunc me conuertam ad quadrandas lunularum in latum partes, cum paulò ante per longum indicauerim



mus. Esto lunula AECG, diuidaturq. per medium per lineam CG, & AC circumferentiam per medium proscindes in B, & ex aduersa parte CE in D, & inuariata circini apertura semicirculi subdupli pes vagus in A, alter fixus sistatur taliter, ut ex B voluatur in G, & sit circumferentiæ circumductio BG, eodemq. ductu definiatur intercapedo GD similis BG, mox producat recta ad partitiones AB, BC, CD, AG, GE, & à puncto I, medio circumferentiæ AG, erige lineam sursum, ad circumferentiam vltimè donec eam in B tetigerit. Quoniam AB est æqualis BG, & portio AG dupli rependit duas AB, BG semidupli, dico illis AB, BG sublati, hac AG reposita, rectilineum triangulum ABG notum erit, idem intelligendum de altera partitione GDE, reliquum triangulum BCDG, notum erit, ut residuum notæ lunulæ. Vel amputatis portionibus BC, CD, repositis his BG, GD æquales, & eiusdem circumferentiæ, recensitum triangulum notum erit. Ex his tria ABG, BCDG, GDE per medium transversis diuisa lineis nota erunt, & tripartita erit lunula.

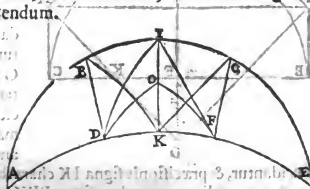
Vel

Vel circuli dupli tripartita partitione curvaturā constituas A D, DE, EE; Item subdupli AB, BC, CE; inuariatāq. circini apertura intra duo puncta BF,



DC mutuo inter se intercidentes arcus flectantur BF, DC, & vbi futurus est cōtactus illic pone G, aio triangulum ABF notum esse, quia AF, dupli circumferentia, duobus illis subdupli AB, BF respondet; vnde reiectis illis, hac reposita portione pensatur. Idem de alia parte DCE dicendum, & triangula BGD, CGF, BGC, DGF nota sunt, sic etiam triangulum BCF, & FCE dicendum.

Remanente adhuc lunulæ illa tripartitione ex puncto D fixo circini pede altero ad F signa in subduplo æ-



qualē portione in I, mox inuariatā circini apertura, qua duplū circulū constituiisti, siste circini pedem in altera extremitate lunulæ puta E, alterum ad D, & I, conuertere, & signa circumferentiam dupli DI, & ab I ad F excurrat recta IF, dico triangulum DIF notum, quia circumferentia dupli DF est æqualis DI ex constitutione, ratione iam sæpius repetita, addendo, & demendo notum erit triangulum DIF, vel intercapedine BK circinetur BK circumferentia dupli, & recta ducatur KC, quia DF est compar BC, & DF æqualis ipsi BK, tolle portionem BC, repone BK triangu-

lum

lum BKC notum erit, vel deducta linea IK, & interuallo B I circinatione subdupli ex puncto D signa in linea IK interual- lum BI in O, & ex altera parte OF, dico triangulum DOF notum, quia linea dupli DF valet illas duas DO, OF. subdu- pli, & reliquum trapezium notum erit BDOFC demendo no- tum à noto, similibus iam recensitis modis multipliciter per- latum lunula partiri poterit.

Trapezium semicurvilineum trapezio par extruere. Prop. 13.



ESto dupli qua- drans DGLH, & hinc inde à ter- minis G H trans- uersa linea ducen- da est, quæ curua- turam spectet, & sit GH, mox duo la- tera, quæ anguli fa- ciem in D confir- mant DG, DH, amissum in medio

præcidantur, & præcisionis signa IK characteribus insignian- tur, & prouat linea per eadem signa BIKC ipsi GH paralle- la, & ex punctis G H ad perpendicularum demittantur supra, B C lineæ G B, G H, & excurrentes in longum lineam BIKC bifariam diuidat, cuius diuisionis terminus F, & centro F interuallo FB, circumducatur semicirculi forma subdupli B A C, quæ quadrantis circumferentiam in duobus punctis intercideret. Intercisionis puncta totidem literas sortiantur M, N, & uniatur FD. Dico Trapezium semicurvilineum BGMLNHC par esse quadrantis DGLH, sed ad demonstra- tionem accingamur. Quoniam FD æquidistat HC, cadit inter

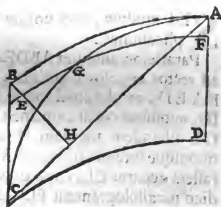
inter eas DH , ergo anguli FDK , KBC æquales anguli ad K contraposti etiam pares. Itidem & recti ad FC , & HK linea ipsi KD etiam æqualis. Triangulum ergo FDK triangulo KHC compar. Idem ex contraria parte sentiendum, cum compari linearum descriptione confirmata sit. Demantur ergo triacula IFD , FDK reponantur GBI , KHC , trapezium semicurvilineum $BGMNHC$ æquipollet semicirculo $BMANC$.

ADDITIONE. *Confectarium.*

EX his apparet lunulam $MANL$ æqualem esse duobus triangulis MGB , NHC , quoniam circuli pars extramittitur $MANL$, includantur trapezij partes NHC , MGH .

Triangulum semicurvilineum ex quarta semicirculi subdupli, & octava dupli quadrare. Prop. 14.

SIt semiabscissa lunula $AGCD$, & linea CB ipsi AD parallela constituatur, & dupli circumferentia AB extremitate A ipsi CD parallela ducatur, donec ductum lineæ CB contingat in B , dico semicurvilineum triangulum $ABCG$ quadrari posse. Quoniam AB ipsi CD Parallela, & eiusdem circumferentiæ, ergo quadrangulum $BACD$ notum est, à quo si semilunula subducatur $CGAD$, remanet triangulum notum $ABCG$.

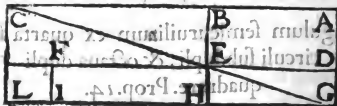


Vel

¶ Vel quia lunula æqualis est AGF ipsi ECG ex præcedenti, parallelogrammum EBAF est notum, quia ex æqualibus circumferentijs; ergo & triangulum CBA notum est, quia vtri- que additur commune GAF.

¶ Vel triangulum semicurvilineum, quod paulò ante descripsimus ABCE remaneat, & ducatur linea CA portio semidupli CGA, & sit ABH semiportio dupli, ergo æquales, abscissus communis EHGA tollatur, remanet BEA æquale CEH, addatur vtri- que communis BEC, ergo triangulum rectilineum BHC est æquale triangulo semicurvilineo BCGA.

Notum à noto subtrahere. Prop. 15.



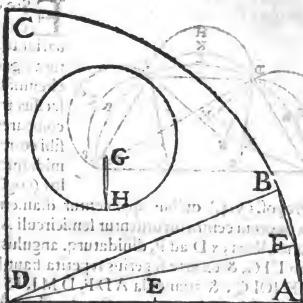
Sed modum, quo notum à noto subtrahatur nunc explicabimus.

Parallelogrammum ABDE circa decussatas lineas BH, EF ad rectos angulos constitue, & sit quantitas lunulæ datæ BAE D, ex alia crucis parte HIEF, elongeturq. parallela IH, quousque coeat cum linea AD in puncto G, mox linea GE discindens angulum DGH, ducatur per coniunctum E, quousque intercizat lineam AB, & ibi appone C, & ab C, parallela ducatur CL, vsque donec lineam CHL tetigerit in L, dico parallelogrammum FLI esse quantitatem trianguli BAC, qua superatur à parallelogrammo FH, quoniam parallelogrammum BD est æquale parallelogrammo EL, dempto parallelogrammo FH, residuum erit FL, quod querimus.

Circu-

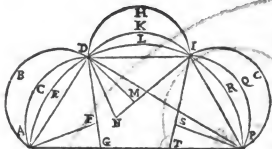
Circulum quadrato proximum constituere.

Prop. 18.



Absolute lunularum tractatione venio tandem ad circuli quadrationem ex ingenij facultate sed initio circuli quadrationi approximabimus. Estoque sexdecupli circuli quadrans ABC & ex semidiametri dimidio DE sub sexdecuplus circulus constituatur GH amputetur pars quadrantis ADG sitque DBA dico triangulum DBA circulo mutua paritate constare secetur arcus quadrantis BA bisariam in F connectanturque recte BF FA & à circulo GH itidem duæ illæ portiones quadrantis BF FA dico triangula FDB ADF esse æqualia circulo demptis duobus portionibus GH æquales illis BF FA interclusis : quod patet ex constructione.

Datum circulum quadrare. Prop. 17.

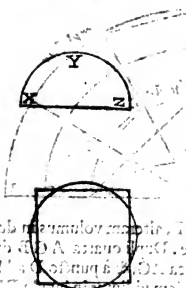


Esto expositus circulus ADIP, inuariatq. circini apertura signetur in circuli circumferentia tres abscissus tres. n. recipiet compares, & coæquales sibi correspondentes semidiametro semicirculos (cogere ad id Euclidis

Propos. 15. 4.) quibus applicentur diametri AD, DI, IP, supra quorum centra incuruentur semicirculi ABD, DHI, IOP, excurrat linea ex D ad P, diuidaturq. angulus ADP per lineam DFG, & ex arte superius repetita fiant lunulæ ABDC, DHIK, IOPQ, & triangula ADF, DMI, ISP cum suis subtriangulis suis sublunulis correspondentibus AFG, DNM, PST.

Quoniam semicirculus ADP constat quatuor semicirculis æqualibus semidiametro, si tollantur tres portiones communes AED, DLI, IRP, & tria triangula æqualia lunulis AFD, DMI, ISP, tollanturq. tres sublunulæ tribus subtriangulis respondentes ACDE, DKIL, IQPR, cum suis subtriangulis respondentibus illis AFG, NDM, SPT, vacuum reliquum intercedens rectilineum, vel trapezium GDNMIST valet quantum semicirculus quartus relictus XYZ, hoc inane valet semicirculus XYZQ. Absoluamus igitur circulum cum suo quadrato valente trapezium illud, & quadratus erit circulus.

Nunc



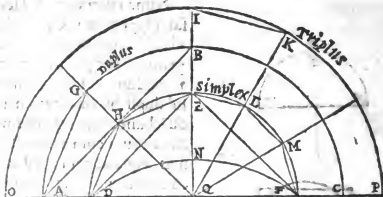
Nunc eueratur, & faciesat Hyppocratis Chij fallacia circulum quadrare satagentis, quod putarat quemadmodum lunule dupli, & subdupli in quadratum adducebantur, ita quamcumque circulorum cum suis rectilineis æquationem; sed eius corrui demonstratio, nam res se aliter habet: quod enim est singulare in circulis se in dupla proportionem extrescentibus, dissimaneum est idem in reliquis existimare. Nos (ni fallimur) ex inuentione trianguli AFG adentis, affecti sumus.

Data portione nota, alteram cuiusq. proportionis sibi comparem peruestigare.

Prop. 18.



Sto linea OP futura basis variorum circulo-
rum, & semicirculus OIP triplus, ABC du-
plus, & DEF simplex, siue subduplus, & sic
de alijs alter supra alterum in quaesita ratio-
ne semper excrescens, & à puncto Q , quod
medium diametri possidet angulis vtrinque aequalibus ascen-
dat linea QI semicirculus bifaria diuisione discendens: mox
ex centro Q circumferentiam AB aequaliter partiens vsque
ad C , transmittatur, ex altera parte duæ aliæ circumferentiæ
 IP , trifariam secantes conueniantur, & sint QK , QM , & sit
M 2 data

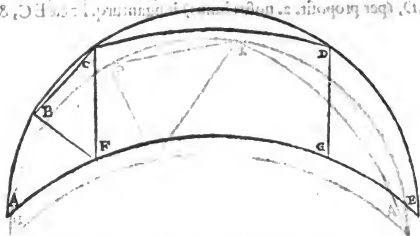


data simplicis circuli portio DE, alteram volumus in dupla proportionem æqualem inuenire. Dupli quarta ACB discindatur bifariam, trahaturq. linea AC, & à puncto D ad E dupli portio subpingatur. Quoniam vidimus in lunula DEFN, portionem dupli quartæ circuli DNF valere duas quartas circuli subdupli, vel simplicis DHE, ELF, sed portio dupli DNF est æqualis ACB, quia eadem est dupli quarta. Ergo area conclusa in portione dupli DNF valet duas quartas subdupli DHE, ELF, & portio octaua dupli AC valet duas octauas subdupli DH, HE. Idem dicendum de tripla, nam circulus OIKP est triplus subtripli, vel simplicis circuli DHELF, & par sexta semicirculi tripli IK, valet tres sextas subtripli circuli EL, LM, MF, & sic de alijs cuiusunque quantitatibus, & incognitæ mensuræ dicendum: nam semper rata, & iusta portio erit.

Ex portionibus circulum quadrare. Prop. 19.

EX ea, quam modo exposuimus propositione dependet hæc portionum quadratio, quam ob oculos exponemus.

Esto proposita lunula ABCDE, ex qua (docente id 15. propos. nostri ante præteritam) minor lunula abscindatur, quæ



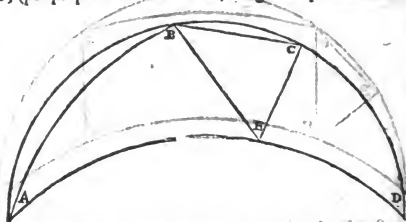
quæ sit CD, ab cuius extremitatum terminis infernè descen-
dant perpendiculares CF, DG. Quoniam quadrangulum se-
micurvilineum C F D G notum est ex eisdem æqualibus cir-
cumferentijs dupli CD, GF, nota quoque est minor lunula
CD, si à lunula ACDE subducatur quadrangulum notum
CDGF, & lunula CD residua cornicula ACF, DGE nota
erunt. Mox lineæ dupli AF subdupli compar AB reperiatur
(per propositionem proximè præteritam) & erit trilaterum
BFC, quod subtrahes à corniculo ABCF, & erit triangulum
BCF notum. Duce lineam BC, & trilaterum rectilineum
BCF notum subtrahes à semicurvilineo BCD noto, & area
intra portionem BC concepta nota resultabit.

Alicia.

A Liam figuram extruendam non putamus, sed superiore lunula relicta. Esto à puncto A vsque ad B duo puncta, dupli circumferentia flectatur, & sit lunula minor AB, & æqualis AB, fiat linea AE dupli, & à puncto B ad E rectus

tra-

trames ducatur. mox lineæ ED compar subdupli reperiatur CD, (per proposit. 2. nostri huius) iunganturq. lineæ EC, &



BC, recta lineam etiam connectatur. Quoniam AB, AE
æquales, & eadem circumferentiæ sunt, si lineæ subtendan-
tur arcibus AB, AE amputata portione AB, reposita
suo loco AE notum erit triangulum semicirculinearum
ABE, lunula AB nota est (ex propo. 15. præsentis nostri) ergo
lunulæ pars ABE nota erit, deme AB integram, innotescet
residuum BCDE lineæ ED comparem reddidimus CD. Ergo
corniculus ECD notus erit, deme à toto residuo BCDE inno-
rescet trimetrum semicirculinearum BEC, appinge lineam BC
à terminis BC, & triangulum rectilinearum BCE notum erit,
subducito à circuli, & portio BC nota erit.

Altera.

VEl in lunula ABCDE à puncto A vsque ad E, nota in subduplo, & sit AB, & ex altera parte CD, & à puncto A, vsque ad B appiange lineam dupli AB, & ex altera parte CD, mox connecte lineas rectas BE, EC, BC, quia AB, AE, aquales sunt, sic CD, DE, ergo lunulæ AB, CD etiam notæ, colle, quia remanet par medij BEC nota, à no-

num rectilineum, reliquum in septem portiones diuidemus,
ex quibus portiones tres recipiemus pro HI, & sic tota cir-
cumferentia quadrata erit.

F I N I S.

Errata.

pag.	corf.	err.	corr.
11	21	AC	DE
13	8	CGHE	CGHF
20	9	D, & ex D	L, & ex L
23	1	utrunque	utrunque
23	18	AFG	AFC
23	21	FG	FB
30	1	AD	AB
38	1	hic	hic
48	15	Prop 8.	Prop 7.
49	17	repositiq.	repositifq.
58	7	MNP	MNP
64	10	trapeſium	trapezium
65	8	duplis	duplicis
68	15	æquidistant	æquidistant
69	1	dimidium	quarta pars
70	12	descriptum	descriptas
71	15	dempta	dempta
87	13	Semicuruilieum	Semicurnibineum

R O M A E,

Apud Bartholomæum Zannettum. M. D C. X.

SUPERIORVM PERMISSV

Typographus amico Lectori :

Ioannis Baptiste Portæ V. Cl. ingenium Babyloniciis pal-
mis consimile semper existimaui, ex illis enim mella con-
ficere, cibos parare, vina colligere, contexere vestes, & sex-
centa alia ad vitam vel sustinendam, vel ornandam sibi cō-
parare dicuntur Assyrij. En tibi, amice Lector facundum
ingenium Portæ infinita, vel ornamenta, vel adiumenta par-
turijse, ac elaborauit. Ad excolendum animum philosophi-
cas disputationes, ac mathematicas lucubrationes; ad re-
creandum reficiendumq. Villam, Pomarium, & lepidissimas
Comedias. Ad exornandum Admiranda, & alia multiplicis
eruditionis volumina. Vno verbo nihil est in naturæ maie-
state repositum, Nihil in huius vniuersi luce versatur, quod
tibi Porta non suppediet. Plerisque iam olim frui contigit,
multa propediem expecta, quæ nobis omni disciplinarum
genere excultus, ac dignus longiore feliceq. ~~quo~~ Comes
Anastasius de Philijs Lynceus, & Porta ipsi, quo cum pluri-
ma de litteris contulit, pernecessarius, amantissime imperti-
uit. Optandum interea est, vt Porta, diutius sibi, tibi, Rei
publice viuat. Vt autem vno oculorum aspectu omnes ma-
gni viri lucubrationes agnoscas illorum Catalogum subtexe-
re visum est.

In lucem iam editæ .

- Physiognomonia Humana tum Latina, tum Italica lingua .
- Physiognomonia Cœlestis, libri sex, Lat. .
- Phytognomonica, libri octo, Lat. .
- Magia naturalis Lat. & Ital. primum quatuor libris, demum
viginti absoluta .
- De Furtiuis litterarum notis vulgus de ziferis . libri quatuor;
primum euulgati mox alio superaucti.

N. 119. Villan.

Villa Lat. Pomarium, & Oliuetum olim seorsim, demum vno
 voluminè libris duodecim comprehensa.
 De refractione optices, libri nouem, Lat.
 De Curuilineis, libri duo primum, cui additus tertius liber
 de Quadratura Circuli. Lat.
 Interpretatio primi Almagesti cum Comm. Theonis Lat.
 De munitione, libri tres, Lat.
 Pneumaticorum, libri tres, Lat. Italicè spiritali: cioè d'inal-
 zar acque per forza d'aria.
 De transmutationibus aeris, libri quatuor, Lat.
 De Diffillatione, libri nouem, Lat.
 Ars reminiscendi, Lat. & Ital.

Nondum edita.

Caroptica.
 Theologumena, siue de numeris.
 Taumatologia.
 Scientiarum omnium Synopsis.

Comedie stampate.

La Fantesca.	I due Fratelli riuali.
L'Olimpia.	La Sorella.
La Cintia.	Il Moro.
La Turca.	La Trappolaria.
La Furla.	La Carbonaria.
L'Astrologo.	La Chiappinaria.

La Penelope Tragicomedia.

Da stamparsi.

Arte da Comporre Comedie.
 Plauto tradotta.

S. Giorgio. }
S. Dorotea. } Tragedie.
S. Eugenia. }

I simili. }
La notte. }
Il fallito. } Comedie.
La Strega. }
L'Alchimista. }
La Bufalaria. }

Cinque Comedie d'vna fauola sola con le medesime Persone , e la prima è argomento di se , & di tutte ; la seconda è protesi di se & di tutte , con la peripatia per se , e tutte ; la quinta è la Catastrofe per se, & tutte insieme.

Due Comedie d'vna medesima fauola che l'vna si recita in Villa , e l'altra nella Città ; e l'vna è intermedio dell'altra, voltandosi la Scena per ogn'atto , l'vna della Città , l'altra della Villa .

... della Villa ...
to, l'una della Città, l'altra
volendosi scema per ogni
e l'una è l'armato della
in Villa, e l'altra nella Città,
l'una fanola che l'una si regala
-Duc Comandante d'armi me-
tate insieme.

1. The first of these is the fact that the Commission has not yet received any information from the Government of the Republic of China (Taiwan) regarding the situation in the region.